0551. MODUL

SZÁMEGYENES, KOORDINÁTA-RENDSZER

Számegyenes

KÉSZÍTETTE: PINTÉR KLÁRA

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Számegyenes; Számok, intervallumok ábrázolása; Műveletek, nyitott mondatok, szöveges feladatok számegyenesen
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	11-12 évesek; 5. osztály
Modulkapcsolódási pontok	*Tágabb környezetben*: Természetismeret, adatok ábrázolása *Szűkebb környezetben:* Negatív számok, műveletek tulajdonságai, számok nagysága, kerekítés, kombinatorika, szöveges feladatok, modellalkotás, nyitott mondatok, halmazok metszete, komplementere, „legalább”, „legfeljebb” alkalmazása *Ajánlott megelőző tevékenységek*: Egész számok *Ajánlott követő tevékenységek*: Koordináta-rendszer
A képességfejlesztés fókuszai	*Számoláskompetencia:* Műveletek egész számokkal *Mérés, becslés:* A valóságos világból vett példák a viszonyítás, egységválasztás, közelítés alkalmazására *Indukció, dedukció:* Egyenlőtlenségek, intervallumok kapcsolata *Szövegértés-kompetencia*: Szöveggel felírt összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén és fordítva, különböző szövegek alapján modellek alkotása; Egyenlőtlenségek különféle nyelvi formákban *Kombináció-, rendszerezéskompetencia:* Számegyenesen különböző lehetőségek számbavétele adott feltételek alapján; Több szempont egyidejű figyelése *Valószínűségi kompetencia:* Játékok, pénzfeldobás, kockadobás alapján, esélylatolgatás

AJÁNLÁS:

Frontális, egyéni és csoportmunka vegyesen (kooperatív módszerek is); a gyerekek az órák alatt (4-6 fős) csoportokban ülnek.
Lényeges a gondolkodási módszerek fejlesztése, a számok egymáshoz való viszonyának felismerése, ábrázolása, a számegyenesen való manipuláció

TÁMOGATÓ RENDSZER:

Nagy számokat tartalmazó szövegek (újságcikkek, ismeretterjesztő anyagok, internetes cikkek, stb.); betű- szám- és műveletkártyák; feladatlapok; számegyenes; mérőszalag

ÉRTÉKELÉS:

Az egyéni és csoportos munka megfigyelése alapján szóbeli értékelés; számolási és ábrázolási feladatok írásbeli értékelése

MODULVÁZLAT

	Lépések, tevékenységek	Kiemelt készségek, képességek	Eszközök, Feladatok
I. Számegyenes – számok, intervallumok ábrázolása			
1.	Számok leolvasása számegyenesről	Számlálás, analógia, szabályalkotás	1. feladatlap 1–2.
2.	Számok ábrázolása számegyenesen	Számlálás, analógia, szabályalkotás	1. feladatlap 3–4.
3.	A számegyenes	Rendszerezés, analógia, szabályalkotás	Négyzetrácsos lapok
4.	Pontos és közelítő értékek	Számolás, becslés, problémamegoldás	1. feladatlap 5–6.
5.	Nagyságrendi feltételeknek megfelelő számok ábrázolása számegyenesen ($<$, $>$, $\leq$, $\geq$ legalább, legfeljebb), intervallumok	Szövegértés, logikai képesség	1. feladatlap 7–9., „blue tech”, ragasztó, gyurma, korongok
6.	Logikai műveletek – halmazműveletek számegyenesen (és, tagadás); Barkohba	Logikai képesség	1. tanári melléklet, 1. feladatlap 10.
7.	Intervallumba eső számok kockadobás alapján	Esélylatolgatás	dobókocka
8.	Kombinatorikai feladatok	Kombinatív képesség, megfigyelőképesség, problémamegoldás, kreativitás	1. feladatlap 11–13.

II. Műveletek, szöveges feladatok számegyenesen			
1.	Összeadás, kivonás számegyenesen	Mérés, műveletek	2. feladatlap 1., mérőszalag
2.	Szöveges feladatok megoldása számegyenesen való ábrázolással	Szövegértés, műveletek, következtetés	2. feladatlap 2–6.
3.	Egyszerű egyenlőtlenségek számegyenesen	Szövegértés, műveletek, következtetés	2. feladatlap 7–9.
4.	Egyszerű egyenlőtlenségekre vezető szöveges feladatok	Szövegértés, műveletek, következtetés	2. feladatlap 10–13., dobókockák, játékpénz
5.	Kombinatorika feladatok	Kombinatív képességek, rugalmas gondolkodás, rendszerezés	2. feladatlap 14-16.
6.	Játékok számegyenesen	Esélylatolgatás, kombinatív képességek, rugalmas gondolkodás	2. feladatlap, Játék (bábu, érme)

A FELDOLGOZÁS MENETE

I. Számegyenes – számok, intervallumok ábrázolása

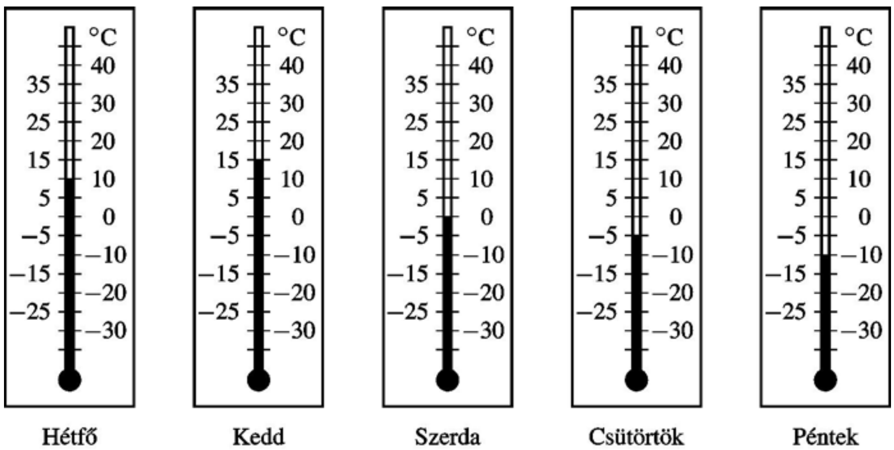
1. Számok leolvasása számegyenesről

Az 1. feladatlap 1-2. feladatainak megoldása egyéni munkában
1. feladat: **A feladat valódi hőmérők segítségével, valódi mérési adatokkal is megoldható csoportokban.**
Mindegyik csoport mér hőmérővel az udvaron, esetleg napon, árnyékban, az osztályban, a folyosón, a kapuban, a lépcsőházban. Felírja a mérési adatokat, majd megkeresi helyüket a számegyenesen. Ekkor az a veszély, hogy csak közelítőleg tudjuk ábrázolni az adatokat ezen a számegyenesen. Továbbá ez már a számok ábrázolása, nem csak leolvasásuk.
A gyerekek a hőmérő és a számegyenes összekapcsolásával valóságos példát látnak a számegyenes alkalmazására, hiszen a hőmérő matematikai modellje a számegyenes.
A **2.** feladatban példákat látunk különböző nagyságrendű számok ábrázolására.
A számegyenesen az ábrázolandó számok nagyságrendjétől függ, hogy milyen hosszúnak választjuk az egységet.
Két számegyenesen a 0 is hiányzik, de a megjelölt számok alapján meghatározható a helye.
Hiányzó számok leolvasása a számegyenesről. Az egység nagyságrendjének megfigyelése segíti a későbbiekben az egység helyes megválasztását.

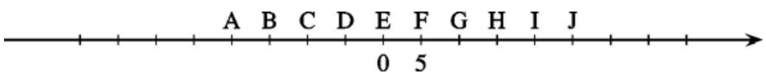
1. FELADATLAP

1. Az alábbi hőmérők az egyes napokon a reggeli hőmérsékletet mutatják Celsius fokban.

10°C 15°C 0°C $^{-}5$°C $^{-}10$°C



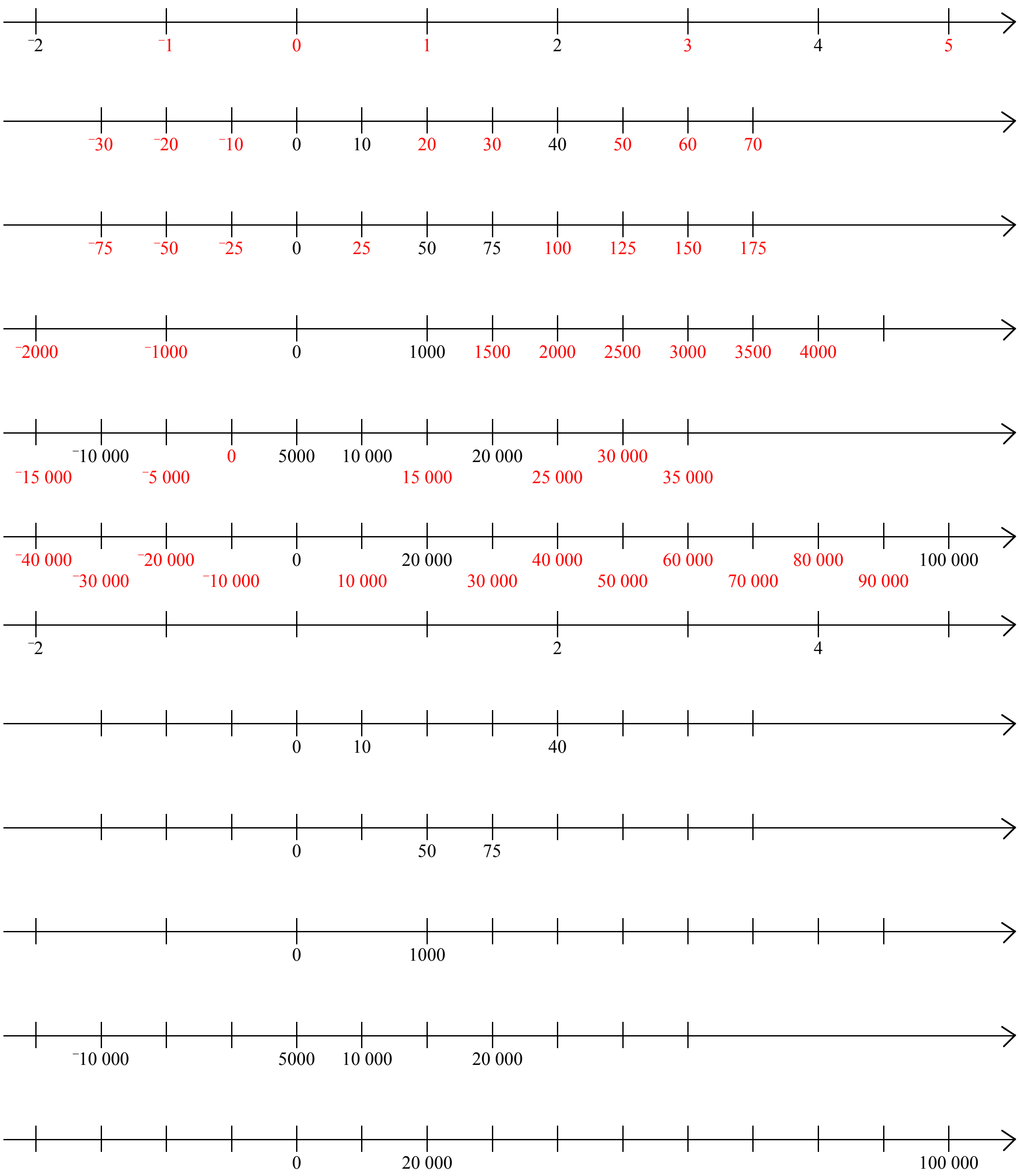
Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek
10°C	15°C	0°C	$^{-}5$°C	$^{-}10$°C
G	H	E	D	C



a) Olvasd le a hőmérsékleteket, és írd a hőmérők alá!
b) Keresd meg, hogy a számegyenes melyik betűjeléhez melyik hőmérő által mutatott hőmérséklet tartozik! Írd a hőmérők alá a megfelelő betűjelet!

2. Írd az alábbi számegyeneseken látható osztópontok alá a hiányzó számokat! Mennyinek felel meg egyes számegyeneseken egy 1 cm hosszúságú szakasz?

1 cm-nek tekinthetjük a 2. számegyenes 2 szomszédos osztópontja közötti távolságot.



2. Számok ábrázolása számegyenesen

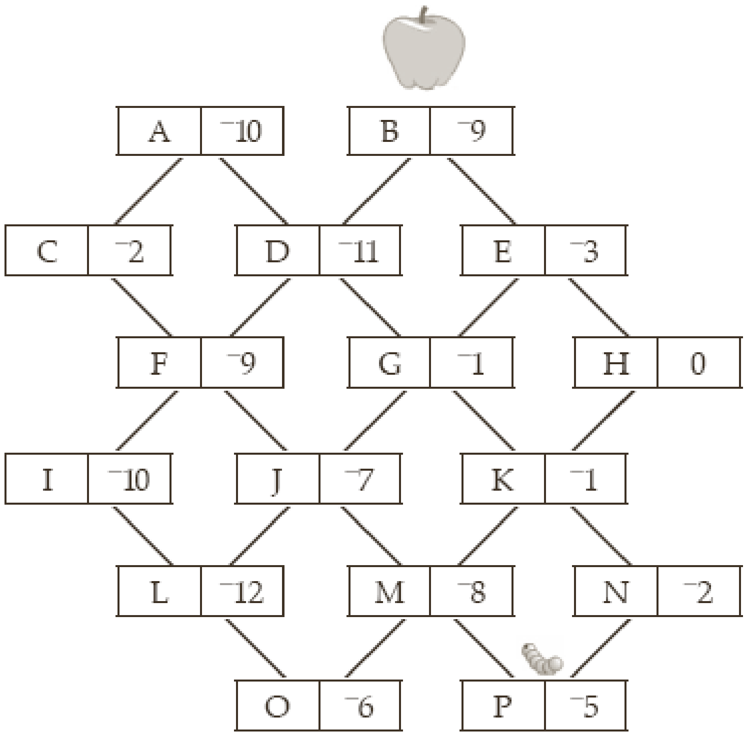
Az 1. feladatlap 3-4. feladatainak megoldása egyéni munkában.

3. Tájékozódás az egész számok körében a nagyságuk alapján, majd a számok ábrázolása. A tanulók megkeresik az egyetlen lehetséges útvonalat, majd leírják sorban a pontok betűjelét, és ábrázolják egy számegyenesen.

4. Különböző nagyságrendű számokhoz megfelelő egységet kell választani, hogy ábrázolni tudjuk egy számegyenesen.
Az ábrázolandó számokhoz megfelelő egységet kell önállóan megtalálniuk a tanulóknak.

A számegyenesen az ábrázolandó számok nagyságrendjétől függ, hogy milyen hosszú szakasz felel meg 1 egésznek, ezt egységnek nevezzük.
A számegyenesen bizonyos pontok alá odaírtuk a nekik megfelelő számokat. Egy ilyen pont és az egység ismeretében a számok helyét meghatározhatjuk. Az ilyen pontot viszonyítási pontnak nevezzük. Viszonyítási pontnak többnyire a 0-t választják, de bármely más pont is megfelel.

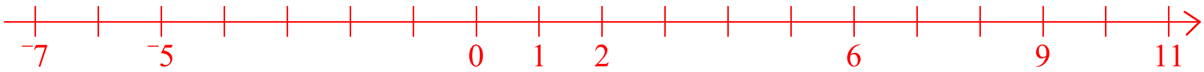
3. Kukac Kázmér az ábrán látható hálózat *P* pontjában tanyázik. A hálózat pontjait az ábra szerint létrák kötik össze, csak ezeken tud közlekedni. Kukac Kázmér szeretne eljutni a *B* pontban levő almához, de felfele haladva mindig csak nagyobb számhoz mehet, lefele pedig csak annál kisebb számhoz, mint ahol éppen van. Milyen útvonalat válasszon? Segíts neki! Ábrázold számegyenesen az útvonal pontjait!



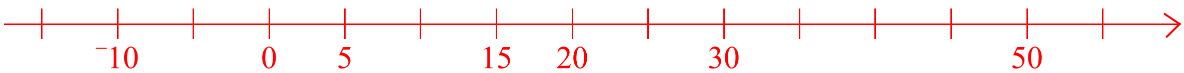
P, N, K, M, J, L, I, F, C, A, D, B

4. Ábrázold egy számegyenesen a felsorolt számokat! Ügyelj az egység megválasztására!

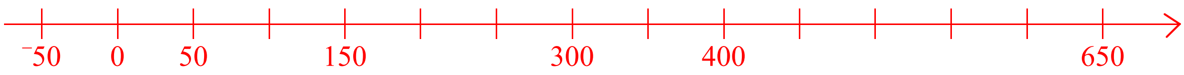
a) $^{-}7$; $^{-}5$; 2; 6; 9; 11



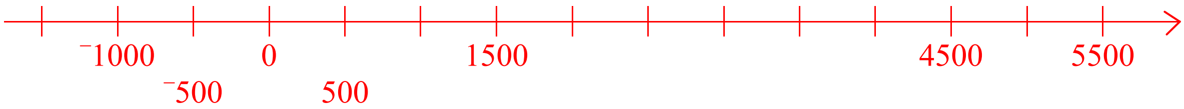
b) $^{-}10$; 5; 15; 20; 30; 50



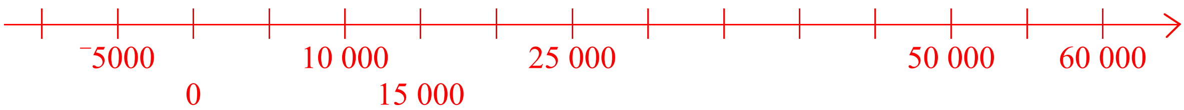
c) $^{-}200$; $^{-}50$; 150; 300; 400; 650.



d) $^{-}1000$, $^{-}500$; 500; 1500; 4500; 5500.



e) $^{-}5000$; 10 000; 15 000; 25 000; 50 000; 60 000.



Számegyenes rajzolása:
– rajzoljunk egy egyenest;
– nyíllal jelöljük a növekedés irányát;
– határozzuk meg az egységet és a viszonyítási pontot, ehhez két szám helyének bejelölése is elegendő.

3. A számegyenes

Osszuk 5-6 fős csoportokba a gyerekeket, és osszunk minden gyereknek egy négyzetrácsos lapot, melyre ráfér egy számegyenes. Szükség lesz még ollóra.
A gyerekek rajzolnak egy számegyenest 8 számmal, minden lapra egyet úgy, hogy egy csoporton belül a számegyenesek közt feltétlen legyenek eltérő egységek.
Ezután mindenki kettévágja a számegyenesét, akiknek hasonló az egységük, feltétlen másutt vágják el. A csoporton belül összekeverik a darabokat, és átadják a következő csoportnak, akik összerakják az összetartozó számegyenes-darabokat. Lehetőleg egyenesen vágjanak, hogy az összerakás ne a vágásvonal alapján történjen.
A gyerekek párban dolgoznak.
Minden gyerek rajzol egy számegyenest, melyen van 4 szám felülre és 4 betű alulra írva. Ezután az egyik gyerek szóban utasításokat ad a másiknak, amelyek alapján az le tudja rajzolni ugyanazt a számegyenest, amelyet az első rajzolt. Ellenőrzés után szerepet cserélnek.
Tudatosítjuk a számegyenes meghatározását:
– rajzoljunk egy egyenest;
– nyíllal jelöljük a növekedés irányát;
– határozzuk meg az egységet és a viszonyítási pontot, ehhez két pont értékének bejelölése is elegendő.

A számegyenes-darabok összerakásakor megfigyelik, hogy a számegyenesen a számok a nyíl irányában növekednek, és az egység nem változhat.

A gyerekekben tudatosulnak a számegyenes részei, és hogy miben különbözik egy egyenestől. Beszéljük meg az egység és viszonyítási pont jelentését!

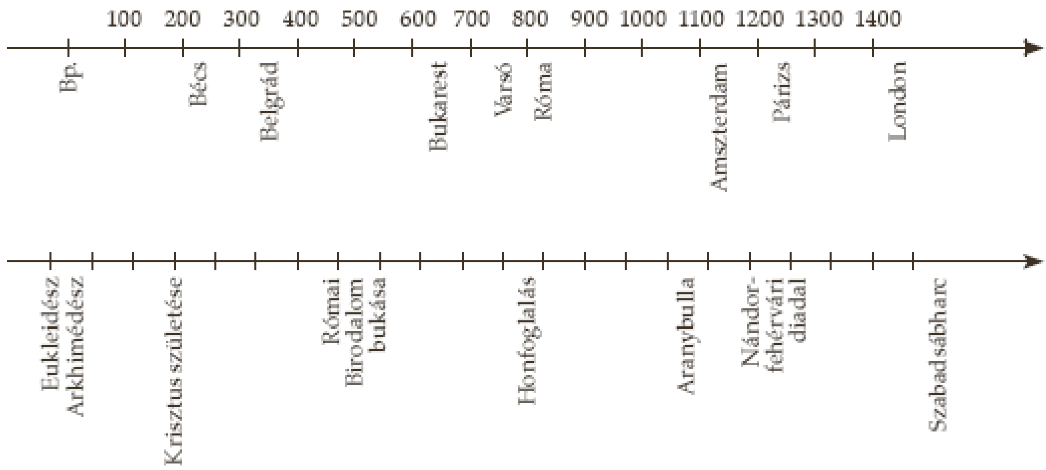
4. Pontos és közelítő értékek

Az 1. feladatlap 5-6. feladatainak megoldása egyéni munkában.
5. Az ezres nagyságrendű adatokat számegyenesen nem tudjuk pontosan ábrázolni, csak százasokra kerekítve. A **b)** feladat házi feladatnak is adható.

6. Az adatokat csak közelítőleg tudjuk leolvasni a számegyenesről, írjuk fel, hogy a valóságos adat mely számok közé kell essen. A **b)** feladat házi feladatnak is adható.
Az 1. feladatlap 5-6. feladatainak önálló megoldása során a számok ábrázolása és leolvasása csak közelítő értékekkel történik.

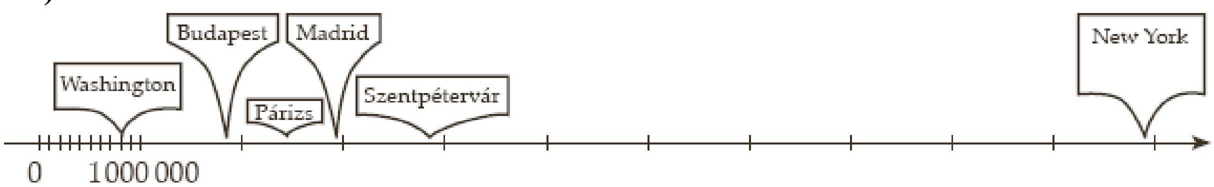
5. Ábrázold számegyenesen a következő adatokat:
a) Néhány város Budapesttől mért távolsága kilométerben:
Amszterdam: 1145; Belgrád: 350; Bukarest: 630; London: 1430; Róma: 805; Bécs: 214; Párizs: 1230; Varsó: 750
b) Történelmi események évszámai:
Arkhimédész: Kr.e. 250; Eukleidész: Kr.e. 300; Római Birodalom bukása: 476; Honfoglalás: 896; Aranybulla: 1222. Nándorfehérvári diadal: 1456; Szabadságharc: 1848

Megoldás:



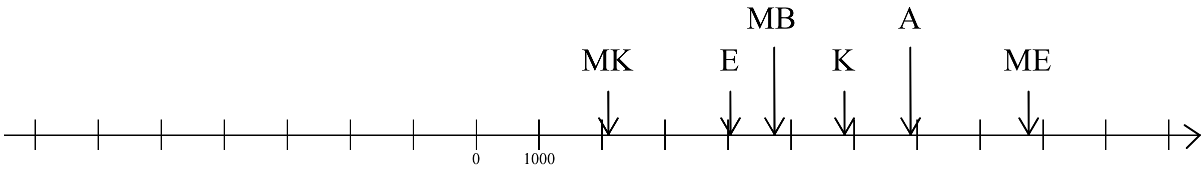
6. Olvasd le a számegyenesről az adatokat! Írd le mindegyik esetben, mely értékek közé kell esnie a valódi adatnak!

a)



Városok lakossága (elővárosok nélkül):
New York: 7 969 000
Párizs: 2 591 000
Budapest: 1 940 000
Szentpétervár: 3 755 000
Madrid: 2 950 000
Washington: 811 000

b)



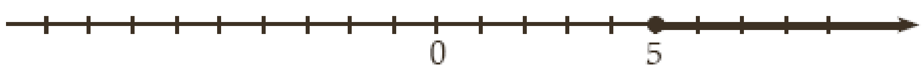
Hegycsúcsok magassága méterben:
ME: Mount Everest (Nepál-Tibet, Himalája): 8848;
K: Kilimandzsáró (Afrika): 5895;
MB: Mont Blanc (Európa): 4807;
E: Erebusz (Antarktisz): 4023;
MK: Mount Kosciusko (Ausztrália): 2229;
A: Aconcagua (Argentína): 6960

5. Nagyságrendi feltételeknek megfelelő számok ábrázolása számegyenesen (<, >, ≤, ≥, legalább, legfeljebb), intervallumok

Az 1. feladatlap 7-9. feladatának megoldatása (esetleg néhány házi feladat)
7-8. Találjuk meg, hogy a felsorolt számok közül melyik kerül a számegyenes bejelölt részeire, és melyik nem, a felsorolt állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
Figyeljük meg, hogy a számegyenesen a teli karika azt jelenti, hogy a jelölt pont a halmazhoz tartozik, az üres karika azt jelenti, hogy nem.
Tudatosítsuk a tanulókban a kisebb vagy egyenlő, nem nagyobb, legfeljebb (és ezek fordítottjai) kifejezések jelentését.
Először félegyeneseket, utána intervallumokat (szakaszokat) ábrázoltunk.
9. Az előzőek visszafelé: félegyenesek, szakaszok ábrázolása.

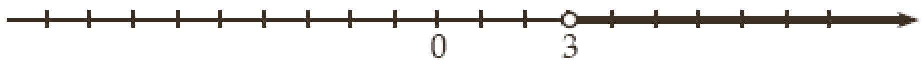
7. Karikázd be a felsorolt számok közül azokat, amelyek a számegyenes bejelölt részére esnek, és húzd át azokat, amelyek nem!
Karikázd be a felsorolt állítások közül azokat, amelyek igazak a számegyenes bejelölt részén levő minden számra, és húzd át azokat, amelyek nem!

I.



Számok: $^{-}4$; $^{-}3$; $^{-}2$; $^{-}1$; 3; 5; 6; 7; 9; 12
Állítások:
a) legalább 5
b) nagyobb vagy egyenlő, mint 5
c) $\square < 5$
d) $\square \geq 5$
e) nem kisebb, mint 5
f) legfeljebb 5
A számegyenes bejelölt részén van: 5, 6, 7, 9, 12
Igaz állítások: **a) b) d) e)**

II.



Számok: ¯4; ¯3; ¯2; ¯1; 3; 5; 6; 7; 9; 12

Állítások:

a) nagyobb, mint 3

b) ☐ > 3

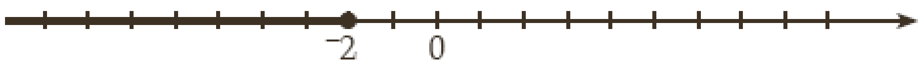
c) kisebb vagy egyenlő, mint 3

d) legfeljebb 3

A számegyenes megjelölt részén van: 3; 5; 6; 7; 9; 12

Igaz állítások: **a) b)**

III



Számok: ¯4; ¯3; ¯2; ¯1; 3; 5; 6; 7; 9; 12

Állítások:

a) legfeljebb ¯2

b) ☐ > ¯2

c) kisebb vagy egyenlő, mint ¯2

d) nem nagyobb, mint ¯2

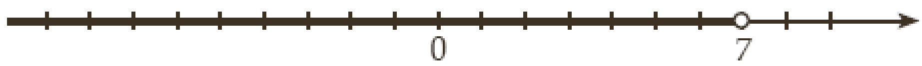
e) ☐ ≤ ¯2

f) legalább ¯2

A számegyenes megjelölt részén van: ¯4; ¯3; ¯2

Igaz állítások: **a) c) d) e)**

IV



Számok: ¯4; ¯3; ¯2; ¯1; 3; 5; 6; 7; 9; 12

Állítások:

a) kisebb, mint 7

b) ☐ **< 7**

c) nem kisebb, mint 7

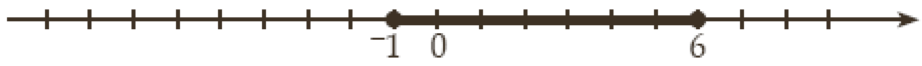
d) legalább 7

A számegyenes megjelölt részén van: ¯4; ¯3; ¯2; ¯1; 3; 5; 6

Igaz állítások: **a) b)**

8. Karikázd be a felsorolt számok közül azokat, amelyek a számegyenes bejelölt részére esnek, és húzd át azokat, amelyek nem!
Karikázd be a felsorolt állítások közül azokat, amelyek igazak a számegyenes bejelölt részén levő minden számra, és húzd át azokat, amelyek nem!

I.



Számok: ¯4; ¯3; ¯2; ¯1; 0; 2; 5; 6; 8; 10

Állítások:

a) legalább ¯1 és legfeljebb 6

b) ¯1 ≤ □ ≤ 6

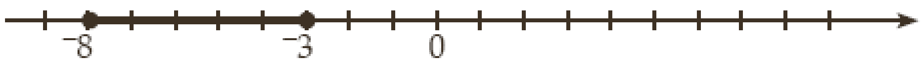
c) nagyobb vagy egyenlő mint ¯1 és kisebb vagy egyenlő mint 6

d) legfeljebb ¯1

A számegyenes megjelölt részére esik: ¯1; 0; 2; 5; 6

Igaz állítások: **a) b) c)**

II.



Számok: ¯12; ¯9; ¯8; ¯5; ¯3; ¯2; 0; 3; 4; 6

Állítás:

a) nagyobb, mint –8 és kisebb, mint ¯3

b) ¯8 < □ < ¯3

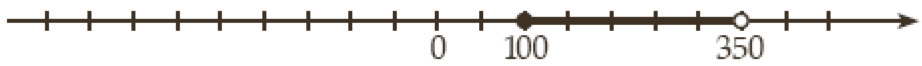
c) nagyobb, mint ¯3

d) kisebb, mint ¯8

A számegyenes megjelölt részére esik: ¯8; ¯5; ¯3

Igaz állítások: nincs köztük igaz állítás

III.



Számok: 81; 99; 100; 101; 178; 229; 308; 349; 350; 351

Állítások:

a) nagyobb vagy egyenlő, mint 100 és kisebb, mint 350

b) 100 ≤ □ < 350

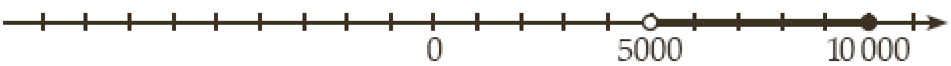
c) 350 > □ ≥ 100

d) nem kisebb, mint 350

A számegyenes megjelölt részére esik: 100; 101; 178; 229; 308; 349

Igaz állítások: **a) b) c)**

IV.



Számok ¯ 62; 893; 4599; 5000; 5001; 6500; 8210; 9999; 10 000; 10 001; 21 001

Állítások:

a) nagyobb, mint 5000 és kisebb vagy egyenlő, mint 10 000

b) 5000 < □ ≤ 10 000

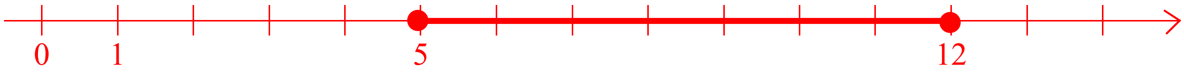
c) legfeljebb 10 000 és nagyobb, mint 5000

d) legalább 10 000

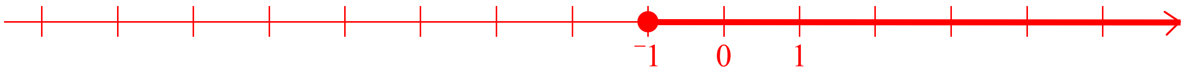
A számegyenes megjelölt részére esik: 5001; 6500; 8210; 9999; 10 000
Igaz állítások: **a) b) c) d)**

9. Ábrázold számegyenesen különböző számokkal azokat a félegyeneseket, illetve szakaszokat, amelyek a következő feltételeknek megfelelő számokat tartalmazzák!

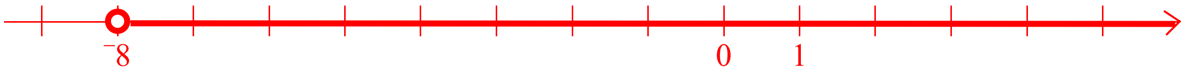
a) Legalább 5 és legfeljebb 12



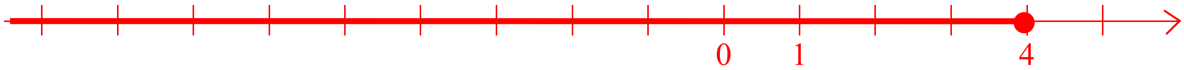
b) Nem kisebb, mint $^{-}1$



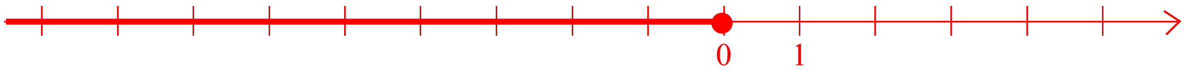
c) Nagyobb, mint $^{-}8$



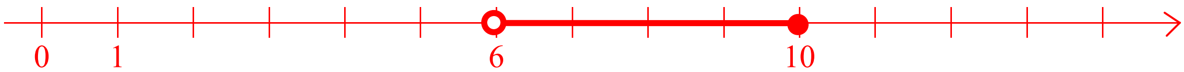
d) Kisebb vagy egyenlő, mint 4



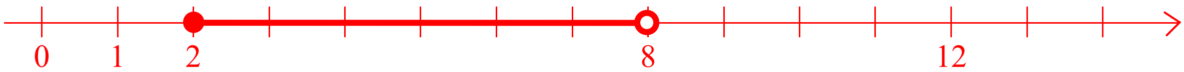
e) Legfeljebb 0



f) $6 < \square \leq 10$



g) $8 > \square \geq 2$



6. Logikai műveletek – halmazműveletek számegyenesen (és, tagadás); Barkohba

Osszuk csoportokba a gyerekeket. Minden csoport kap egy kártyacsomagot, amiből minden gyerek húz két kártyát. A kártyák az **1. tanári melléklet**ben találhatók.

Legalább 3	**Kisebb, mint 10**	**$^{-}2 \leq \square < 5$**	**$\square > {}^{-}1$**	**Nagyobb vagy egyenlő, mint $^{-}4$**
Legfeljebb 3	**Nagyobb, mint 9**	**$^{-}10 < \square \leq 4$**	**$\square \leq 6$**	**Kisebb vagy egyenlő, mint 0**

A számegyenes azon részét kell bejelölniük, amelyikre mindkét kártya igazat mond.
Játszhatjuk úgy is, hogy az első kártya által megadott halmaz nem tartozik a keresett halmazhoz.
Játszhatjuk úgy is, hogy egyik kártya által megadott halmaz sem tartozik a keresett halmazhoz.

Mintaként egy játékot közösen értékelhetünk, utána a gyerekek csoportban megnézik egymás munkáját, és akkor fordulnak a tanárhoz, ha problémájuk van.
A barkohbához mintaként oldjuk meg közösen a tanulói munkafüzet 10. feladatát, majd játsszunk ehhez hasonló barkohbát!

Intervallumok jelölése számegyenesen csoportmunkában.

Barkochba játék halmazszűkítéssel.

10. Peti és Kati barkochbáznak. Peti gondolt egy intervallumra, melynek két végpontja ¯10 és 10 közé eső egész számok. Az alábbiakban leírjuk Kati kérdéseit és Peti válaszait.
Találd ki te is a gondolt intervallumot!

Kati	*Peti*
Az intervallumba eső minden szám 0-nál nagyobb?	Nem
Az intervallumba eső minden szám 0-nál kisebb?	Nem
Minden szám legfeljebb 5?	Igen
Minden szám legfeljebb 3?	Nem
Minden szám legfeljebb 4?	Igen
A 4 az intervallumhoz tartozik?	Igen
Minden szám legalább ¯5?	Nem
Minden szám legalább ¯7?	Igen
Van az intervallumban ¯6-nál kisebb szám?	Nem
A ¯6 az intervallumhoz tartozik?	Nem

¯6 < $\square$ ≤ 4 a gondolt intervallum.

7. Intervallumba eső számok kockadobás alapján

Rajzoljunk fel a táblára egy számegyenesen egy intervallumot, például: 250 < $\square$ < 550!
Minden gyerek rajzol a füzetébe három kis négyzetet, amelyekbe belefér egy-egy számjegy.
A tanár dob egy dobókockával, a gyerekek beírják a dobott számot valamelyik négyzetbe.
Három dobás után egy háromjegyű számot kaptak. Akinek a száma a megadott intervallumba esik, az kap egy pontot. Többször játszva összeszámolják, hány pontot szereztek.

Figyelniük kell, ha 3-ast vagy 4-est dobunk, azt a százas helyi értékre érdemes írni, hiszen utána bármit dobunk, a megalkotott szám megfelel a feltételnek. Ha a százas helyi értékre 2 került, akkor a tízesre 5 vagy 6 kerülhet. Ha a százas helyi értékhez 5 került, a tízesre 1, 2, 3 vagy 4 kerülhet.

8. Kombinatorikai feladatok

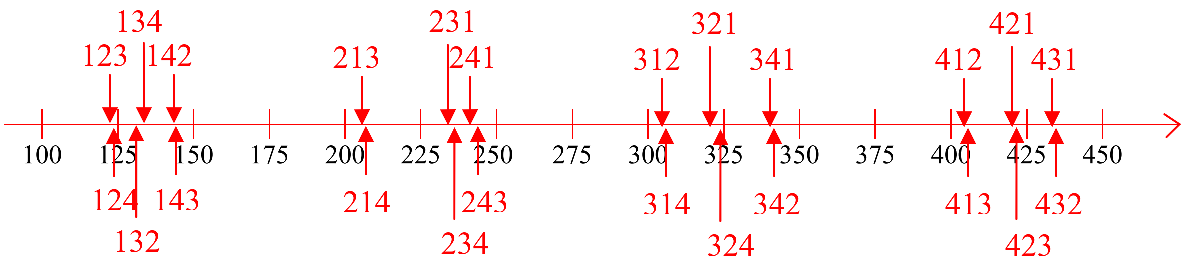
Az 1. feladatlap 11-13. feladatának megoldása egyéni munkában. Differenciálásként adható gyorsabban haladóknak.

11. Hány olyan egész szám van, amely nagyobb, mint 2005, de nem nagyobb, mint 2006?
Ez a szám a 2006

12. Hány olyan egész szám van, amely kerekítve 2000? Ábrázold számegyenesen ezek helyét! (Például: százasokra kerekítve 1949≈1900

a) Ha tízesekre kerekítünk?
b) Ha százasokra kerekítünk?
c) Ha ezresekre kerekítünk?
a) 10 ilyen szám van: 1995; 1996; 1997; 1998; 1999; 2000; 2001; 2002; 2003; 2004.
b) 100 ilyen szám van: 1950; 1951; ... 2000; ... 2049
c) 1000 ilyen szám van: 1500; 1501; ... 2000; ... 2499

13. Az 1, 2, 3, 4 számkártyákból hány háromjegyű szám rakható ki (egy számjegy sem fordul elő többször)? 24 db: 123; 124; 132; 134; 142; 143; 213; 214; 231; 234; 241; 243; 312; 314; 321; 324; 341; 342; 412; 413; 421; 423; 431; 432.
Ezek közül hány tartozik a következő intervallumba: legalább 234 és legfeljebb 342?
8 db: 234; 243; 312; 314; 321; 324; 341; 342.
Melyik az a legrövidebb intervallum, melybe beleesik az összes ilyen háromjegyű szám?
legalább 123 és legfeljebb 432.
Jelöld számegyenesen a számokat!



II. Műveletek, szöveges feladatok számegyenesen

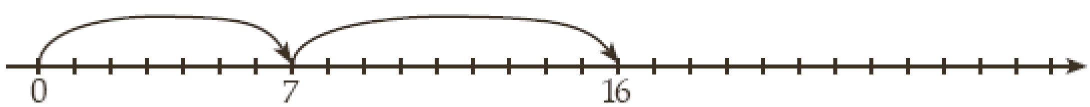
1. Összeadás, kivonás számegyenesen

Mindenkinek legyen papír mérőszalagja! Hajtsák be az első 16 cm-t, mintha leszakadt volna. Ezzel a csonka mérőszalaggal minden gyerek mérje meg a füzetének szélességét, hosszúságát, a ceruzája hosszát, a pad szélességét…
Ezzel felhívjuk a figyelmet a viszonyítási pont fontosságára, továbbá a szemléletből adódik a kivonás a számegyenesen, amivel a szakasz hossza számolható.
A 2. feladatlap 1. feladatának megoldása egyéni munkában, majd közös megbeszélés.
A 16 cm jelzést illesztik az egyik széléhez, a másik szélén leolvassák a jelzést, és feljegyzik:

A füzet szélessége: 16 cm-től ………. cm-ig ……………. cm
A füzet szélessége a két érték különbségeként számolható.

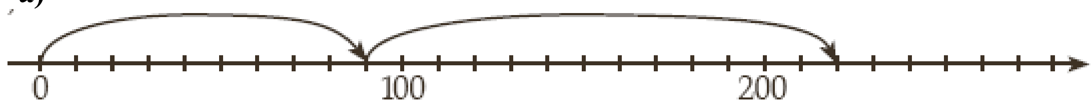
2. FELADATLAP

1. Írd le szöveggel és számokkal a nyilak által jelzett műveleteket!
Például:



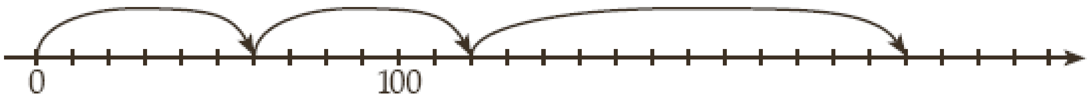
Ahhoz, hogy a 7-ről a 16-ra ugorjunk, 9-et kell hozzáadni.
7 + 9 =16

a)



90 + 130 = 220

b)

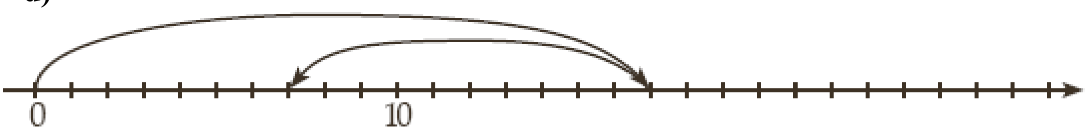


$60 + 60 + 120 = 2 \cdot 60 + 120 = 240$

c)

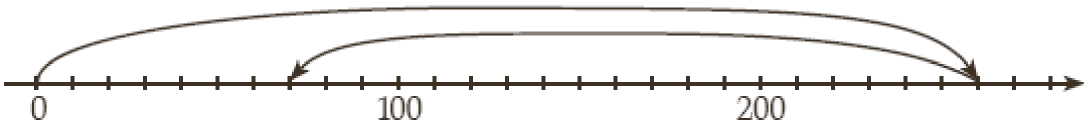
800 + 600 + 700 = 2100

d)



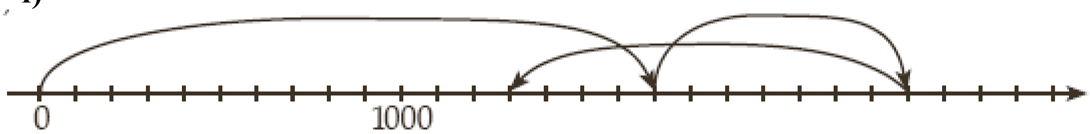
17 – 10 = 7

e)



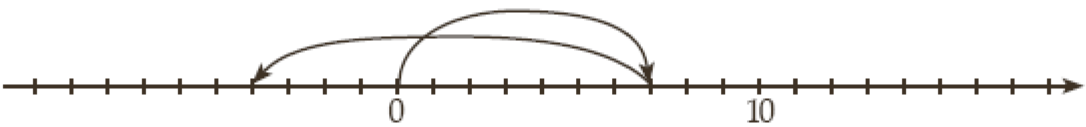
260 – 190 = 70

f)



1700 + 700 – 1100 = 1300

g)



$7 - 11 = {}^{-}4$

2. Szöveges feladatok megoldása számegyenesen való ábrázolással

A 2. feladatlap 2-6. feladatainak megoldása egyéni munkában, majd a megoldások megbeszélése.

A 2-4. feladatokban megjelenik az összeadás, kivonás, szorzás, osztás.
Az 5-6. feladatok megoldását segíti az ábrázolás, így egyenlet nélkül, következtetéssel megoldhatók.
A szöveges feladatok értelmezését, megoldását nagyban segíti ez a fajta ábrázolás, azonban azt is meg kell tanulni, hogy hogyan lehet elkészíteni.

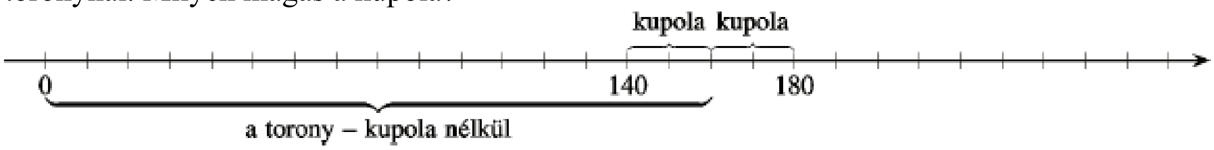
A feladatokban megtalálható adatok, összefüggések ábrázolása számegyenesen.

2. Háromnapos biciklitúránk első napján 35 km-t, a másodikon 40, a harmadikon 45 km-t tettünk meg. Hány kilométeres volt a túra?
Ábrázold számegyenesen, meddig jutottunk az egyes napokon! A túra végén hány kilométerre voltunk az indulás helyétől?
35 + 40 + 45 = 120

3. Egy hetes kirándulásra 5000 Ft zsebpénzt kaptál. Első három nap naponta 700 Ft-ot költöttél, a negyedik napon csak 400 Ft-ot. Mennyi pénzed maradt az utolsó két napra, ha az ötödik napon egyáltalán nem költöttél? Ábrázold számegyenesen, mennyi pénzed volt az egyes napokon!
5000 – 700 · 3 – 400 = 2500

4. Ha a 210 oldalas könyvet egy hét alatt szeretnéd elolvasni úgy, hogy mindennap ugyanannyit olvasol, hány oldalt kell naponta elolvasnod? Ábrázold számegyenesen!
210 / 7 = 30

5. Egy torony kupolával együtt 180 m. A kupola 140 m-rel alacsonyabb a kupola nélküli toronynál. Milyen magas a kupola?



(180 – 140) : 2 = 20 m a kupola

6. Egy tolltartó ceruzákkal együtt 2100 Ft. A tolltartó üresen 500 Ft-tal kerül többe, mint a ceruzák. Mennyibe kerül az üres tolltartó?
Ábrázold!
(2100 – 500) : 2 = 800 Ft a ceruzák és 800 + 500 = 1300 Ft az üres tolltartó.

3. Egyszerű egyenlőtlenségek számegyenesen

Rendkívül fontos, hogy az egyenlőtlenségekkel való foglalkozás ne váljon absztrakt egyenlőtlenség megoldássá, például mérlegelvvel, mert ez túl korai. Lényeges, hogy egy, maximum két művelet legyen, és a számok szemléletesek legyenek, pl. 2500-zal fejben lehet számolni, 374-gyel nem. Ezt segíti a számegyenesen való ábrázolás is.
A 2. feladatlap 7. feladatának megoldása. A feladat játszható csoportban is, ha a kártyákat kivágjuk, csoportonként kapnak egy készletet, és konkrétan berakhatják a gyerekek a megfelelő helyre a kártyákat. A kapott egyenlőtlenséget leírják a füzetükbe, és ellenőrzik. A kártyák kirakása erősíti a motivációt.
A 2. feladatlap 8. feladatának megoldása. Ezek egy műveletet tartalmazó egyenlőtlenségek. Lényeges, hogy a szimbolikus formával együtt többféle szöveget is mondjunk, sőt írjunk, és ezeket ábrázoljuk számegyenesen. Ez a feladat is játszható csoportban a következőképpen. Egy gyerek mond egy kérdést, pl.: keressük azokat a számokat, amelyeknél 10-zel nagyobb szám legfeljebb 50. A következő gyerek leírja matematikai jelekkel: $\square + 10 \le 50$. Az utána következő gyerek megmondja a megoldást: a szám legfeljebb 40, $\square \le 40$ és ábrázolja számegyenesen. A feladatot és a megoldást is mindannyian írják, és ezzel ellenőrzik egymást. Helyes megoldás esetén ő mondhat új feladatot. A számok legyenek egyszerűek, változtassuk a műveletet és az egyenlőtlenség irányát. Az utolsó négy házi feladatnak is adható.

A 2. feladatlap 9. feladatának megoldása egyéni munkában. Ezek két műveletet tartalmazó egyenlőtlenségek. Az előző feladat alapján a következtetéses megoldást erősítsük. Pl. ha a szám 2-szeresénél 3-mal nagyobb szám legalább 7, akkor a szám 2- szerese legalább 4, így a szám legalább 2.

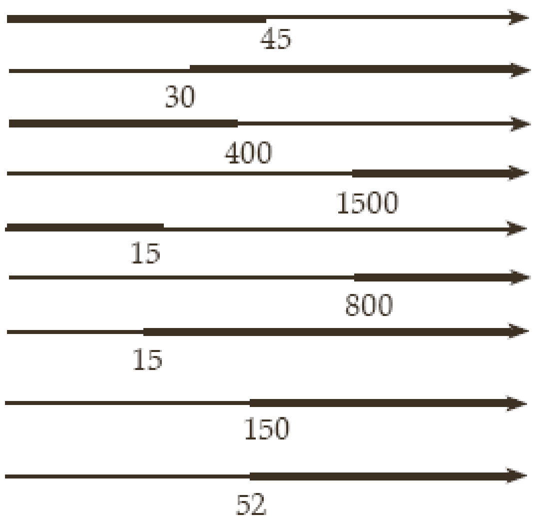
A gyerekek a tanár által választott módszereknek megfelelően önállóan vagy játékos formában oldják meg a munkafüzet 7-9. feladatát.

7. A 200 $\square$ ≤1000 egyenlőtlenségbe a téglalap helyére a következő kártyák közül választunk, majd elvégezzük a műveletet, és ellenőrizzük az egyenlőtlenséget.
Hány kártya teszi igazzá az egyenlőtlenséget?

·5	+100	–2000
:5	:50	–2000
·10	:10	+10

8. Mely számok azok, amelyekre igaz, hogy
a) a nála 5-tel nagyobb szám nem nagyobb 50-nél;
b) a nála 20-szal kisebb szám legalább 10;
c) 3-szorosa nem több 1200-nál;
d) a 100-adrésze nem kevesebb, mint 15;
e) a 20-at ennyivel csökkentve nem kapunk 5-nél kisebb számot;
f) 600-at hozzáadva 1400-nál nagyobb vagy egyenlő számot kapunk;
g) megszorozva vele a 6-ot, a kapott szám 90-nél nem lesz kisebb;
h) 6-nál többször van meg benne a 25;
i) a 45 legalább 7-tel kisebb nála?
Írd fel és jelöld számegyenesen ezeket a számokat!

a) $\square + 5 \le 50$; $\boldsymbol{\square \le 45}$;
b) $\square - 20 \ge 10$; $\boldsymbol{\square \ge 30}$
c) $\square \cdot 3 \le 1200$; $\boldsymbol{\square \le 400}$
d) $\square / 100 \ge 15$; $\boldsymbol{\square \ge 1500}$
e) $20 - \square \ge 5$; $\boldsymbol{\square \le 15}$
f) $\square + 600 \ge 1400$; $\boldsymbol{\square \ge 800}$
g) $6 \cdot \square \ge 90$; $\boldsymbol{\square \ge 15}$
h) $\square : 25 > 6$; $\boldsymbol{\square > 150}$
i) $\square - 45 \ge 7$; $\boldsymbol{\square \ge 52}$



9. Mely számok azok, amelyekre igaz az állítás?
a) A szám 2-szeresénél 3-mal nagyobb szám legalább 15.
b) A szám 10-szeresénél 25-tel nagyobb szám legfeljebb 75.

c) A szám 5-szörösénél 10-zel kisebb szám nem kisebb, mint 25.
d) A szám 100-szorosánál 200-zal kisebb szám nem nagyobb 1200-nál.
e) A szám 2-szeresénél 5-tel nagyobb szám nem kisebb, mint 15 és nem nagyobb, mint 55.
f) A szám felénél 10-zel kisebb szám legalább 10, de legfeljebb 20.

a) $\square \cdot 2 + 3 \geq 15$ $\square \geq \mathbf{6}$

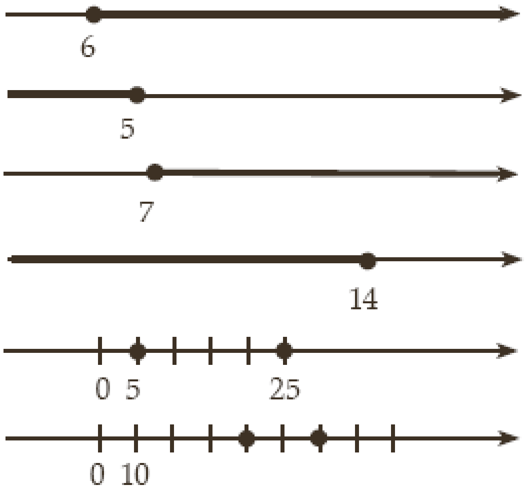
b) $\square \cdot 10 + 25 \leq 75$ $\square \leq \mathbf{5}$

c) $\square \cdot 5 - 10 \geq 25$ $\square \geq \mathbf{7}$

d) $\square \cdot 100 - 200 \leq 1200$ $\square \leq \mathbf{14}$

e) $15 \leq \square \cdot 2 + 5 \leq 55$ $\mathbf{5} \leq \square \leq \square \leq \mathbf{25}$

f) $10 \leq \square/2 - 10 \leq 20$ $\mathbf{40} \leq \square \leq \square \leq \mathbf{60}$



4. Egyszerű egyenlőtlenségekre vezető szöveges feladatok

A 2. feladatlap 10-13. feladatainak megoldása
A 10. feladat játszható is csoportonként dobókockákkal.
A 11. feladathoz hasonló vásárlásos játék is játszható játékpénzekkel, árcédulákkal.

A feladatok megoldásához használhatnak.

10.
a) Egy dobókockát 4-szer feldobva a dobott számok összegének mi a lehetséges legnagyobb és legkisebb értéke? Ábrázold számegyenesen azt a szakaszt, ahova a dobott számok összege kerülhet!
b) Hányszor kell dobni a dobókockával, hogy a dobott számok összege biztosan legalább 8 legyen? Ennyi dobás esetén mennyi lesz a dobott számok összegének lehetséges legnagyobb értéke? Ábrázold számegyenesen azt a szakaszt, ahova a dobott számok összege kerülhet!

a) Legkisebb összeg: 4
Legnagyobb összeg: 24

b) 8-szor

11. Négy egyforma csokoládét szeretnék venni, de csak 1000 Ft-om van, és a vacsorához szükséges ennivalók 800 Ft-ba kerülnek. Legfeljebb hány forintos csokoládét vehetek?
200 Ft marad 4 csokoládéra, így egyre legfeljebb 50 Ft jut. Tehát legfeljebb 50 Ft-os csokoládét vehetek.

12. Mennyibe kerülhet egy muskátli, ha 9 darab ára 1000 Ft-nál több, de 10 darab ára 1200 Ft-nál kevesebb?

1 darab drágább 1000 : 9 = 111 Ft-nál, és kisebb = 120 Ft-nál. Legalább 112 Ft, de legfeljebb 120 Ft. (1200 : 10)

13. A kalózok kincses ládájában legfeljebb 10 kg arany van. A kapitány kivesz pontosan 10 dkg aranyat. Legkevesebb hány dekagramm marad a ládában?
0 dkg, hiszen ha legfeljebb 10 kg van, akkor az is lehet, hogy csak 10 dkg van, így elképzelhető, hogy a kapitány az összes csomagot kiveszi, amikor 10 dkg-ot vesz ki.

5. Kombinatorikai feladatok

A 2. feladatlap 14-16. feladatainak megoldása. Differenciálásként adjuk oda a gyorsabban haladó gyerekeknek, akik egyéni munkában csinálhatják.

A gyerekek önállóan vagy tanári segítséggel oldják meg a feladatokat.

14. Milyen nap lesz 6 nappal tegnapelőtt után, ha holnap előtt 4 nappal 12-e volt?
Számegyenesen ábrázolva a napokat látható, hogy 19-e lesz a kérdéses napon.

15. A számegyenesre 4 pontot rajzoltunk, A, B, C, D pontokat. Elárulom, hogy az A és B pontok távolsága 2 egység, a B és C pontok távolsága 9 egység, a C és D pontok távolsága 3 egység, míg az A és D pontok távolsága 4 egység. Hogyan helyezkedhetnek el a pontok a számegyenesen?
A számegyenesen növekvő sorrendben a pontok: B, A, D, C.

16. A számegyenes 2, 7 és 10 pontjában üldögél egy-egy hangya. Hol találkozzanak, hogy összesen a legkevesebbet kelljen gyalogolniuk?
Hol találkozzanak, ha a 14 és a 16 pontban üldögélő társaik is csatlakozni szeretnének, és őket is figyelembe veszik?
Ha 2 és a 10 pontok között találkoznak, akkor a két szélső hangyának összesen 8 egységet kell menni, ha kívül, akkor ennél többet. Ezen a szakaszon a 7 pontban üldögélő hangyánál kell találkozniuk, hiszen akkor ennek semmit sem kell gyalogolnia.

6. Játékok számegyenesen

A gyerekek rajzoljanak egy számegyenest, és legyen egy bábujuk és egy érméjük. Ezzel játsszanak úgy, hogy a 0 pontból indulva 1-et lép előre, ha az érmével fejet dobott, 2-t hátra, ha írást. Kísérletezzünk!
Mely pontokba juthat 5 dobással?
Melyik pontba jut a legnagyobb eséllyel, melyikbe a legkisebb eséllyel?
A játékot a tanulói mellékletben is leírtuk.
A számegyenesen való lépegetéssel szereznek tapasztalatot események bekövetkezési esélyéről.

JÁTÉK

Helyezzünk egy bábut a számegyenes 0 pontjára. Egy érme feldobásával döntünk, hogy mit lépünk: fejdobás jelenti azt, hogy 1-et előre, írás azt, hogy 2-t hátra. Kísérletezzünk!
– Mely pontokba juthatunk 5 dobással?
– Melyik pontba jutunk a legnagyobb eséllyel, melyikbe a legkisebb eséllyel?

5 lépéssel előre legmesszebb az 5 pontba juthatunk, hátra a $^{-}10$-be egy-egyféleképpen. 4 előre és 1 hátra lépéssel a 2 pontba jutunk, mivel az 5 lépés közül mindegy, melyik a hátra lépés, így 5-féleképpen érhetünk a 2 pontba.
3 előre és 2 hátra lépéssel a $^{-}1$ pontba jutunk, az 5 lépés közül a 2 hátra lépést $5 \cdot 4/2 = 10$-féleképpen választhatjuk ki.
2 előre és 3 hátra lépéssel a $^{-}4$ pontba jutunk, ugyanúgy 10-féleképpen, mint az előbb.
1 előre és 4 hátra lépéssel a $^{-}7$ pontba jutunk 5-féleképpen.
A többi pontba nem juthatunk 5 lépéssel.

0551. – 1. tanári melléklet (10 kártya)

Osztályonként 8 készlet (csoportonként 1 készlet) ebben a méretben kartonlapra nyomva. A kártyák a fekete vonalak mentén kivágandók.

Legalább 3	**Kisebb, mint 10**	$^{-}2 \leq \square < 5$	$\square > {}^{-}1$	**Nagyobb vagy egyenlő, mint $^{-}4$**
Legfeljebb 3	**Nagyobb, mint 9**	$^{-}10 < \square \leq 4$	$\square \leq 6$	**Kisebb vagy egyenlő, mint 0**