

MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „A”

Programtanterv
4. évfolyam

A kiadvány az Educatio Kht.
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete
és használata. A teljes programcsomag elérhető: www.educatio.hu címen.

Educatio Kht. 2008.

PEDAGÓGIAI–SZAKMAI KONCEPCIÓ

1.1 A PROGRAM CÉLJA

A programcsomag kidolgozásának célja azoknak az előre mutató szemléleti, tartalmi és módszertani gondolatoknak a jobb megvalósítása, amelyek több éve megfogalmazódtak elsősorban Varga Tamás munkássága során, s amelyek továbbfejlesztésére, részleteinek kidolgozására azóta is folyamatos erőfeszítéseket tesz számos pedagógus és más szakmai közösség.

Ebben a folyamatban most **négy lényeges területen** próbálunk előbbre lépni.

- Határozottan, sőt az egyes területeket jobban konkretizálva akarjuk szolgálni a **fejlesztés-központúság** megvalósulását. Ehhez szeretnénk azzal hozzájárulni, hogy a NAT 2003-ban megfogalmazott fejlesztési feladatokhoz jól illeszkedő tananyag-rendszert írunk le a fejlesztést szolgáló tevékenységekkel együtt. Elsőként hat kiválasztott kompetenciakomponens fejlesztését próbáljuk megtervezni a természetes fejlődési törvényekkel szinkronban és hozzáilleszteni a matematikai tevékenységekhez. Ezek: a számlálás, számolás; a mennyiségi és valószínűségi következtetés; a mérés, mértékváltás; a rendszerezés, kombinativitás; a szöveges feladatok, probléma, metakogníció; és az induktív és deduktív folyamatok, induktív és deduktív következtetés.
- Sürgető szükség az **esélyegyenlőtlenség csökkentése**. A programcsomagban nagy gondot szeretnénk fordítani a különböző adottságokhoz, képességekhez és nehézségekhez, a különféle tanulási módokhoz, érdeklődéshez való alkalmazkodásra. A nehézségek leküzdéséhez alternatív megoldási javaslatokkal kívánunk segítséget adni.
- Nemzetközi mérésekből is kaptunk jelzéseket arra vonatkozóan, hogy az elméleti ismeretek elsajátíttatása mellett lényegesen **nagyobb figyelmet kell szentelnünk a köznapi életben és más műveltségterületeken való alkalmazásokra**. Anélkül, hogy lemondhatnánk a fogalmi rendszer megértett építéséről, a programban a korábbiaknál lényegesen több olyan probléma feldolgozására kívánunk alkalmat és lehetőséget teremteni, amely a gyakorlati gondolkodás fejlődését, gyakorlati problémákban való jobb eligazodást szolgálja.
- Igen fontosnak tartjuk, hogy – a programcsomag segítségével – megismerhetővé és hozzáférhetővé váljon az a sok, igen értékes, hasznos tanulási–tanítási gyakorlat, ami a gyakorló pedagógusok eszköztárában az utóbbi évtizedek alatt kitermelődött. A kidolgozott modulok eszköztárában fognak megjelenni az eddig már összegyűjtött „jó gyakorlatok”, amelyek folyamatos gazdagítását ezután is feladatnak tekintjük.

1.2 PROGRAMUNK TARTALMA

Programunk az 1–12. osztályos tanítói-*tanári* munka matematikai tartalmának, ismereteinek, a fejlesztendő képességeknek, kompetenciáknak és a tevékenységeknek átfogó rendszerét tervezi meg. Egységnek tekintjük azoknak az ismereteknek a rendszerét, amelyeket a tanuló kisgyermekkorától tanulmányainak végéig kiépít a fejében. Egységnek szeretnénk kezelni azoknak a képesség – készség – kompetencia területeknek a rendszerét, amelyek a matematikai tevékenységek segítségével fejleszthetők. Harmadsorban egységbe szeretnénk fogni ezeket az ismeret- és fejlesztési tartalmakat a gyerekek tárgyi és szellemi tevékenységeivel.

Minthogy a matematikai ismereteknek bizonyos értelemben igen szigorú épülési rendje van: az egyes témák egymásra és összeépülnek, egymást feltételezik és egymást szolgálják, ezért ezek felépülésére fűzzük fel a pedagógus munkáját. A fejlesztés különféle területei szintén illeszkednek egymáshoz, de általában nem egészen szigorúan kötött a sorrendjük. A fejlődés a fogalmi rendszer épüléséhez hasonlóan hosszú időn át tart, sőt a tanulás helyes szervezésével, módszereivel szolgálhatjuk felerősödését, hatékonyságát, ezért a fejlesztő munkát a matematikai tevékenységek rendszerébe építve tervezhetjük. A tevékenységek rendjét döntően a gyerekek életkori és egyéni sajátosságai szerint választhatjuk meg helyesen; ezáltal könnyen alkalmazkodunk a tartalmakhoz.

Programunk alapul veszi egyfelől a NAT 2003. dokumentumot, amely a fejlesztési feladatokat körvonalazza, másrészt a Kerettantertvet.

1.3 „BEMENET-VEZÉRLÉSŰ” ÉPÍTKEZÉS

A fejlesztő pedagógiai munka csak a diákok személyes és az életkori sajátosságok általános ismeretéből indulhat ki. Nemcsak a fejlesztés-nevelés módszereit, eszközeit szükséges az adott korosztálynak, az adott konkrét gyermekcsoportnak és az adott konkrét személyeknek megfelelően választani meg. A fejlesztés tartalmát is elsődlegesen az határolja körül, hogy ki-ki honnan indul. Bár természetesen nem téveszthetjük szem elől, hogy milyen célok felé akarunk haladni, ezért nem fogalmazhatunk meg egy nagyon határozottan körvonalazott, egységes követelményrendszert. Az irányt tudhatjuk, amerre haladni kívánunk, és a fejlesztés várható (de nem feltétlenül elvárható) eredményeit. A kezdő szakaszban tehát sokkal hitelesebbnek tartjuk a pedagógus számára kijelölni a feladatokat, mint a gyerekek számára az elvárásokat.

Ennek megfelelően programunk – ugyanakkor, amikor az általános korosztály-ismeretre építve határozottan állást foglal fejlesztési-nevelési-oktatási tartalmakról, módszerekről – **meghagyja a pedagógus alapvető felelősségét annak megítélésében, hogy csoportjában és egyénileg tanítványaival honnan indul, milyen tempóban halad, milyen speciális eljárásokat, módszereket követ.** Ehhez segítséget kívánunk adni folyamatosan bővíthető, gazdagítható háttér-pedagógiai szakanyagokkal és olyan nyomtatott és manuális és elektronikus eszközökkel, amelyek a differenciált igények figyelembevételét támogatják.

Az egyes szakaszok végére azonban megfogalmazzuk az elérendő minimális szinteket ahhoz, hogy a következő szakasz munkája biztonságosan elkezdhető legyen. Kezdő szakasznak tekintjük az 1–4. korosztályt, következők az 5–6., 7–10. és 11–12. évfolyamok. Megfogalmazzuk a tartalom egyes területeinek ismeret- és készségszintjeit, amelyekre a következő szakaszban már építenünk kell. A képességek területén a matematikatanulás folytathatóságának feltételét csak körvonalazni lehet, hiszen például a 6 éveseknél a mentális kor szórása 1–1,5 év, a 10 éveseknél a 4 évet is eléri.

Tudjuk, hogy a fogalmi rendszer alakulása nem egyenletes és nem egységes. Tudjuk, hogy a fejlődés sok szakasza „lappangó”, néha hosszabb időn át mintha semmi nem változna a gyerek tudatában, s aztán egyszerre történik a nagy „ugrás”, egyszerre lesz láthatóvá a végbement fejlődés esetenként több területen. Ezért arra van szükség, hogy időről időre még a minimális szintek tekintetében is pontos, szöveggel megfogalmazott tájékoztatást adjunk a gyerek fejlődésének pillanatnyi helyzetéről és menetéről, az elért eredményekről, hogy a hiányok pótlását tervezni lehessen.

1.4 AZ EGYES SZAKASZOK MUNKÁJÁRÓL

- Az óvodás és kisiskolás gyereket általában érdekli a környezete, a világ, amelyben él. Megismerése vonzó a számára, ha a saját természetes módján, saját tempójában foglalkozhat vele. A matematika a valóság megismerésének, s ezáltal a megismerő képességek fejlesztésének is eszköze. Ezért **kettős öröm forrása lehet, ha a gyerekek átélhetik a világ egyre jobb megértésének izgalmát és a saját szellemi gyarapodásuknak élményét.** Az a kívánatos, ha ez a kettős motívum a matematikával való foglalkozás legfőbb mozgatója.
- Az első szakaszba tartozó tanulók matematikatanulása a **cselekvő, személyes tapasztalatszerzéssel kezdődik, és sok esetben még nem is léphet túl rajta.** Ha a kisgyerekek megtanul helyzeteket, képeket, történéseket megfigyelni, ezeket rekonstruálni, eljátszani, lerajzolni, elmondani, leírni, jelekkel kifejezni, akkor megtette az első lépést a megismerés útján. Az absztrakció alapja a sokszínű, sokféle konkrétum megismerése. Hasonlóan: **a problémák manipulatív, tárgyi tevékenységgel való, cselekvő megoldása lesz alapja a gondolati problémamegoldásnak, s ezáltal a világ megértésének és a gondolkodás fejlődésének is.**

A tapasztalatok egy részét a tanulók megszerezhetik saját környezetükben. Az eligazodást segíti ezek felidézése, bekapcsolása a friss élmények közé. **A tapasztalatok más részének biztosítása azonban a pedagógus dolga.** Főként az ingerszegény környezetben élő tanulók számára elengedhetetlen a kellően változatos megjelenésű és tartalmú tapasztalat biztosítása az iskolában, hiszen az ő hátrányuk azáltal is növekszik, hogy a hiányzó élményeket pótlólag sem tudják önállóan megszerezni.

A cselekvő tapasztalatszerzéshez és problémamegoldáshoz **eszközökre** van szükség. Az eszközök egy része a gyerekek saját teste és természetes környezetének tárgyai, más része viszont mesterséges, határozott céllal készített taneszközök. **A taneszközök a tanulás eszközei,** de használatukat is meg kell tanulni. Ehhez biztosítani kell minden tanulónak a számára szükséges időt és lehetőséget, hogy valóban az ismeretszerzés hasznos eszközévé váljon. Az eszközök használatát mindenkinek addig kell lehetővé tenni, ameddig a megfelelő képzettartalmak ki nem alakulnak a segítségükkel, ameddig nem képes a gyerek gondolati szinten végigjárni egy-egy megismerési, illetve problémamegoldó utat. A tanítónak tisztában kell lennie azzal, hogy a gyermek gondolkodása nagyjából a serdülőkorra jut el a fogalmi szintre. Ezért a tanulás eszközeinek korai megvonása, letiltása súlyosan veszélyezteti mind az ismeretszerzést, mind a gondolkodás fejlődését.

A felsőbb évfolyamokon is ügyelni kell arra, hogy a tanulás-tanítás ne szakadjon el a valóságtól, a személyes tapasztalatszerzésből induljon. Mindvégig legyen nyitott a gyakorlat és elmélet közötti kétirányú út, valamint az egyedi és általános, a konkrét és az absztrakt közötti is. Ennek során a korábbi absztrakt fogalmak fokozatosan válnak egy-egy későbbi absztrakció konkrétumaivá.
- Még az alkalmasan kimunkált eszköz sem fejleszt azonban önmagában. **A problémamegoldó gondolkodást problémák megoldása fejleszti, az alkotó gondolkodásra csak alkotások létrehozásával nevelhetünk.**

A gyereket érdeklő probléma a megoldás keresésére indítja őt. Ha azonban a problémát apró lépésekre bontjuk, s a gyerekek dolga csak az utasítások végrehajtása, akkor éppen azt a lehetőséget vesszük el tőlük, hogy gondolkodásuk fejlődjön. Ha az alkotás létrehozása helyett a kész alkotás szemlélése, „elemzése, értelmezése” a gyerekek dolga, akkor kreativitásukat, alkotó képességeiket sorvasztjuk el.
- **A pedagógus szerepe** a tanulási helyzetek megteremtése, megszervezése, a megfelelő problémafelvetés, a megoldásához használható eszközök, és esetenként a megfelelő támogatás biztosítása. Az ő feladata a nyugodt munkalétkör és a megfelelő motiváció kialakítása is. Ehhez járul hozzá a munka szükséges mértékű irányítása, ellenőrzése.
- **A 6–12 éves gyerekeknek még mindig az egyik leginkább megfelelő tevékenysége a játék, és később is nagyon fontos marad.** Ezért a matematikai problémák játékba ágyazása sok esetben alkalmas formája a fejlesztő, nevelő munkánknak. Ezt nem kell a tanítási órán kívülre száműznünk, hanem célszerű éppen a tanulás megszervezésének részévé tennünk. Az akaratlagos és tudatos tanulás ugyanis valójában az ismeretszerzés második szakasza; és a

tudatosítás akkor tölti be valódi funkcióját, amikor a megfelelő tartalom – tudattalanul – kiépült már a gyerek fejében. Ez azonban érvényes a fejlesztés későbbi szakaszaiban is, csak az arányok tolnak el.

- A tanulás igen alkalmas motivációs lehetőségét is jelenti a játékba ágyazás. Ez azonban nem az egyetlen, hiszen a tárgy, a tevékenység érdekessége, szépsége a kitalálás izgalma, a felismerés, megértés öröme, az alkotás szépsége a kisgyereket éppúgy magával ragadhatja, mint az alkotó felnőttet. A belső motivációt szolgálhatjuk például matematikatörténeti érdekességek megismertetésével, önálló vagy csoportos kutatómunkák szervezésével, interaktív számítógépes matematikai programok alkalmazásával.

Néha szükség lehet a tárgytól független motivációra is. Célszerű azonban ezt a formát legfeljebb átmeneti megoldásként alkalmazni, mert könnyen válhat a belső motiváció alakulásának gátjává, ha a tevékenység helyett az érte „járó” jutalom vagy büntetés kerül az érdeklődés középpontjába.

- A jó munkakör egyik feltétele a **tévedés és a vita szabadsága**. Ha téves gondolataikat is nyugodtan kimondják a gyerekek, mert senki nem marasztalja el őket érte, akkor kellemesebbé válik a tanulás, és a pedagógus is könnyebben megérti, mi okoz gondot. A tanár számára a hibák elemzése kijelöli a továbbhaladás útját. Így a téves gondolat tisztázásához újabb problémákat vethet fel, újabb eszközöket adhat, vagy visszatérhet egy meg nem értett összefüggés újragondolásához, bevonhatja a többi tanulót is, akik érveléssel, példákkal, saját gondolataik kimondásával segíthetnek.

A matematikában viszonylag kevés olyan konvención alapuló ismeret van, amelyben a gyerekek külső tekintélyre szorulnak. **Az igazság kritériuma a valósággal való egyezés.** Ez teszi olyan alkalmassá e tárgyat arra, hogy a gyerekek megtanulják benne ellenőrizni, értékelni saját gondolataikat és egymás munkáját.

- A tanulók **tudásában és képességeiben egyaránt nagy különbségek vannak**. Az ehhez való alkalmazkodás célja minden tanítványunk optimális fejlesztése, s nem egy adott tudásszinten való megtartásuk vagy a különbségek állandósítása. Differenciálni lehet direkt módon: különböző tennivalók, problémák kiosztásával. Ennél sokszor hasznosabb az olyan feladatok kitűzése, amelyekben mindenki képessége szerint teljesíthet. A különféle szintekhez való alkalmazkodás azonban nem merül ki a problémák differenciálásában. A munka szervezése, a probléma megoldásának módja, eszköze, absztrakciós szintje, a szükséges idő, a megoldási tevékenység önállósága, az ellenőrzés és értékelés mind hozzáigazítható a különféle adottságokhoz és igényekhez. Ezek a lehetőségek hozzájárulhatnak az esélyegyenlőtlenségek mértékének csökkentéséhez.

- **A kisiskolás gyerekeknek nem az egyetlen és nem a legtermészetesebb kifejezési módjuk a nyelv**, főként, ha valami újszerű közölni valójuk van. A megmutatást, eljátszást, lerajzolást éppúgy alkalmas kifejezésnek tekinthetjük kezdetben, mint a szituációhoz kötött beszédet.

Az azonban nemcsak a 6–10 éveseknél, hanem minden korosztályban igaz, hogy a fejlődő fogalmak egy – gyakran nagyobb – része nem verbalizált. A nem verbalizált fogalmak nem ritkán rosszul épülnek ki, és ez súlyosan gátolhatja a matematika megértésének és tanulásának folyamatát. Így igen fontos, hogy ezekhez „legyen a tanárnak hozzáférése”. E területeket leghatékonyabban a tanulók tevékenysége által tudjuk megismerni és jó irányba fejleszteni.

Tehát a további tanulási szakaszokban is szükséges kifejezési forma az eljátszás, megjelenítés, modellezés, rajzolás, amely fokozatosan vezethet el szakszavakhoz, szakmai megfogalmazásokhoz, jelölésekhez, jelölés-rendszerekhez.

A gondolkodás fejlődésében nagy szerepe van a szavaknak, a nyelvnek. A gondolatok önálló megfogalmazása azonban akkor is jobban járul hozzá a fejlődéshez, ha kezdetben pontatlan, mint ha a gyerekek a felnőttek szavait próbálnák utánozni.

A szakszavak használatát a megfelelő fogalom kialakulásához célszerű kötni. Amíg csak a konkrét tartalmakról képes a kisgyerek gondolkodni, addig a megnevezés gátolhatja is a fogalomalakulást. Engedjük ezen a szinten a köznapi kifejezéseket használni. Későbbi tanulási szakaszokban fokozatosan bővítsé a tanár a szakmai nyelvet, használjon matematikai kifejezéseket – hiszen ez támasza, segítője is a fogalom kialakulásának –, de a gyerekektől nehezebb, nagyon absztrakt vagy összetett fogalmak esetében csak később várja el ugyanezt.

AJÁNLÁS

A fejlesztési folyamatot témakörönként, évfolyamokra bontva fogalmazzuk meg. Ugyanakkor itt is kiemeljük a program koncepciójában megjelenő felfogást, miszerint

„A fejlesztés tartalmát elsődlegesen az határolja körül, hogy ki-ki honnan indul. Az irányt tudhatjuk, amerre haladni kívánunk, és a fejlesztés várható (de nem feltétlenül elvárható) eredményeit.

A pedagógus alapvető felelőssége annak megítélése, hogy csoportjában és egyénileg tanítványaival honnan indul, milyen tempóban halad, milyen speciális eljárásokat, módszereket követ.”

Megfogalmazzuk a tartalom egyes területeinek ismeret- és készségszintjeit, amelyekre a következő évfolyamon már építenünk kell. „A fejlesztő munkát a matematikai tevékenységek rendszerébe építve tervezhetjük”, ezért „a fejlesztési feladatokhoz illeszkedő tananyag-rendszert írunk le a fejlesztést szolgáló tevékenységekkel együtt”.

„Ajánlott tevékenységek” és „Ismeretek, tananyagtartalmak”:

- *dőlt betűvel szedett megfogalmazások*: kitekintés a tehetséges tanulók számára.
- *nem dőlt betűvel szedett megfogalmazások*: azok a tevékenységek, illetve tananyagtartalmak, amelyek minden tanuló számára fontosak, ezért ezeket mindenki számára biztosítanunk kell.
 - **vastag betűtípussal kiemelt megfogalmazások**: **kiemelten fontos** területek, amelyek nélkülözhetetlenek a továbbhaladáshoz. Az ilyen tevékenységek végzését minden tanuló fejlesztéséhez biztosítanunk kell, az ilyen ismereteket alapszinten, minden tanulónktól el kell várnunk.

„A képességek területén a matematikatanulás folytathatóságának feltételét csak körvonalazni lehet.” Kiemelten így van ez az első három évfolyamon, amelyeken miniszteri rendelet biztosítja minden tanuló számára a továbbhaladást. Ezeken az évfolyamokon kezdődik a matematikai fogalmak alapozása, és – bár az egyes fogalmak alakításában különböző szintekre kívánjuk eljuttatni a tanulókat – nincs olyan fogalom, amelynek alakítása az alsó tagozaton befejeződik. Az egyes fejezetek végén körvonalaztuk, hogy legalább meddig kell eljuttatnunk az osztály minden tanulóját az adott területen ahhoz, hogy a következő évfolyamon a fejlesztés törésmentesen folytatható legyen. Fejlesztést csak megértett, tudatosan végrehajtott tevékenységekkel végezhetünk. Ezek a tevékenységek szolgálják az ismeretközvetítést is. Az 1–3. évfolyamon is vastag betűvel szedve emeltük ki a nem nélkülözhető tevékenységeket, és azokat az ismereteket, amelyekre a fejlesztési folyamat következő fázisában építünk.

4. évfolyam

111 óra (3 óra/hét)

	témakörök	javasolt óraszám	modulszám*	hét
1.	A TERMÉSZETES SZÁM FOGALMÁNAK ALAKÍTÁSA 10 000-IG	10 óra + folyamatos	2 modulnyi+Dm	1–10. intenzíven + folyamatos
2.	MŰVELETFOGALMAK TOVÁBBÉPÍTÉSE; A MŰVELETI TULAJDONSÁGOK ÉS KAPCSOLATOK	5 óra + folyamatos	1 modulnyi	8., 14–15., 23, 25., 36. intenzíven + folyamatos
3.	SZÁMOLÁS FEJBEN; KÖZELÍTŐ SZÁMÍTÁSOK	12 óra + folyamatos	3 modulnyi+Dm	2–12. intenzíven + folyamatos
4.	ÍRÁSBELI MŰVELETEK	16 óra + folyamatos	3 modulnyi+Dm	14–15., 25–29. intenzíven + folyamatos
5.	NYITOTT MONDATOK; EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK	5 óra + folyamatos	2 modulnyi	9–10., 25–26. intenzíven + folyamatos
6.	SZÖVEGES FELADATOK	7 óra + folyamatos	2 modulnyi+Dm	2., 3–6., 14–17., 32–35. intenzíven + folyamatos
7.	EGÉSZ SZÁMOK	3 óra	1 modulnyi	18.
8.	TÖRTEK	6 óra	1 modulnyi	19–20., 34–35. intenzíven + folyamatos

9.	GEOMETRIA, MÉRÉS	24 óra	6 modulnyi+Dm	11–13., 20–24., 20–31., intenzi- ven + folyamatos
10.	RELÁCIÓK, FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK	9 óra + folyamatos	3 modulnyi+SZm	4., 11., 12. + folyamatos
11.	STATISZTIKA, VALÓSZÍNŰSÉG	7 óra + folyamatos	2 modulnyi	27., 18., 20. intenzíven + folyamatos
12.	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK	7 óra + folyamatos	3 modulnyi	3–4., 14–17., 19–20., 36–37. intenzíven + folyamatos

* Dm: diagnosztikus mérés SZm: szummatív mérés

1. FEJEZET	<i>Cím</i>	A TERMÉSZETES SZÁM FOGALMÁNAK ALAKÍTÁSA 10 000-IG
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	10 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Pontos szám, közelítő szám számláláshoz, méréshez, értékekhez kapcsolódóan. Számrendszeres gondolkodás; helyiérték-rendszer.
	Mennyiségi összehasonlítás Beclés, mérés, valószínűségi következtetés	Mérés és elemi mértékismeret. A mennyiség, mértékegység és mérőszám összefüggései alapján történő becslés, mérés, következtetés.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Mennyiségekkel kapcsolatos hiányos szöveges feladatok; hiányzó adatok pótlása mérésekkel.
	Rendszerezés, kombinativitás	Számok szétválogatása tulajdonságaik szerint; nagyságviszonyok, nagyság szerinti rendezések. Számok alkotása számjegyeikből; számok elhelyezése egymással különféle viszonyban levő halmazokba adott számtulajdonságok szerint.
	Induktív és deduktív lépések	Mértéktáblázatban való tájékozódás; a helyiérték-táblázat alkalmazása mértékekre. Kis számok körében tapasztalt összefüggések ellenőrzése nagyobb számok között; sejtés, a sejtés megerősítése példákkal; okkeresés; általánosításra törekvés.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Halmazok, mennyiségek összehasonlítása becsléssel, a darabszám és a mérőszám becslése, a becslés finomítása közelítő számlálással. Pontos és közelítő meg- és leszámlálás valahányasával; különféle mennyiségek körében (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő) meg- és kimérés különféle egységekkel (alkalmi és szabvány egységekkel), az egység többszöröseivel. A terület, térfogat és szög mérése alkalmi mértékegységekkel.</p> <p>A mennyiség, egység és mérőszám közti összefüggések alkalmazása becslésben, a mérés egyszerűsítésében, számításokban és ellenőrzésben (a használandó mértékegységek: milliméter, centiméter, méter, kilométer, milliliter, centiliter, deciliter, liter, gramm, dekagramm, kilogramm, tonna, másodperc, perc). Mértékváltások konkrét mérésekhez kapcsolva, elvégzett mérésről egyszerű következtetések más (a rendszerben szomszédos, másod- és harmadszomszédos) egységgel való mérés várható eredményére.</p> <p>Mérések adott pontossággal; <i>a mérés pontosságának kifejezése.</i></p> <p>Adott összeg kifizetése többféleképpen.</p> <p>Csoportosítások, váltások különféle alapszám szerint; a tízes számrendszer szerinti váltások többféle eszköz használatával.</p> <p>Számírás, számolvasás. A helyiértékes írásmód tudatos építése, kiterjesztése nagyobb számok felé. A római számjelek, számok olvasása, írása.</p> <p>Egy-egy szám sokféle (összeg-, különbség-, szorzat-, hányados- és összetettebb) alakja.</p> <p>Számok összehasonlítása, sorba rendezésük. Helyük, közelítő helyük a különféle beosztású számegyeneseken. A számegyenes beosztásának finomításával adott szám elhelyezésének pontosítása. Célszerű egység választása a számegyenesen adott számok ábrázolásához. Számok helye számtáblázatokban.</p> <p>Számtulajdonságok, számkapcsolatok felismerése, megfogalmazása, alkalmazása (számszomszédok; kerekített értékek; a számjegyek tulajdonságai; oszthatóság adott számmal, osztók keresése, számok felépítése prímtényezőkből...).</p> <p>Számok összehasonlítása, alkotása, kiválasztása, szétválogatása különféle tulajdonságok, számkapcsolatok szerint. Halmazábrák alkotásával két-két számtulajdonság viszonyának kifejezése.</p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	<p>A természetes szám fogalmának bővítése 10 000-ig, számlálás, mérés, közelítő számlálás, adott pontosságú mérés, számegyenesen való tájékozódás, kerekítés. Pontos szám, közelítő szám értékekhez kapcsolódóan. Számrendszer-építés. Mérés és elemi mértékismeret. Számok írása, olvasása. Számok sokféle neve. Számtulajdonságok és -kapcsolatok (nagyság, szomszédok, kerekített értékek; oszthatósággal kapcsolatos tartalmi és formai jegyek).</p>

MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Számok az ezres számkörben 2. Számlálás, számolás kerekített értékekkel 3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel 4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejlesztés ezresre kerekített értékekkel 5. Fejlesztés a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben... 6. Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenlégek.
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	10 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	A számfogalom építése az egész tanév során folyamatos, ezért a téma minden modulban megjelenik.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetencterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Tapasztalatszerző tevékenységek szervezése, feladatalkotások és problémamegoldás kooperatív és önálló munkában.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Az ismétlés és a gyakorlás időszakában differenciálhatunk az eszközök használatában, a felvetett probléma minőségében és mennyiségében, a segítségnyújtás mértékében és módjában, a problémamegoldás önállóságában. Az új ismeretek tanulását a tanulók aktív részvételével a megértésre alapozzuk.
	<i>Értékelés módja</i>	Diagnosztikus mérés az 1000-es és a 10 000-es számkörben.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A hiányok pótlása 1000-es számkörben egyénileg, a megértés biztosítása 10 000-es számkörben a természetes számok többféle értelmezésében, többféle eszközhasználattal.

KÖVETELMÉNYEK	<p>Széles valóságtartalomra épülő, tovább bővíthető, gazdag természetes számfogalom a 10 000-es számkörben. A közelítő szám fogalmának, a helyiértékes szerkezet szerepének gyakorlati megértése.</p> <p>Darabszám és mérőszám becslése, megállapítása valahányasával való pontos és közelítő számlálással, alkalmi és szabvány egységgel és többszöröseivel való méréssel, adott pontossággal.</p> <p>A természetes számok értékmérő tartalmának ismerete; át- és beváltások.</p> <p>A számok írása és olvasása 10 000-ig; a számrendszer (kiemelten a tízes) fogalmainak (alapszám, a számjegy alaki-, helyi- és valódi értéke) értése.</p> <p>Számok kifejezése többféle alakban.</p> <p>Számok összehasonlítása, sorba rendezésük nagyság szerint; tájékozódás a számegyenesen.</p> <p>Számok jellemzése tulajdonságaikkal és kapcsolataikkal, ezek alkalmazása számalkotásokban, válogatásokban.</p>	
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkítől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Darabszámot, mérőszámot helyesen meg tud állapítani pontos és közelítő számlálással, méréssel.	Darabszám, mérőszám kellő pontosságú becslése.	Becslését tudja finomítani közelítő számlálással, méréssel.
Jó gyakorlottsággal rendelkezik a hosszúság mérésében, a megfelelő mérőeszközök használatában, leolvasásában és a mérési módszerek alkalmazásában.	Jó gyakorlottság a tömeg és űrtartalom mérésében, a mérőeszközök használatában, leolvasásában és a mérési módszerek alkalmazásában.	Gyakorlottsággal rendelkezik az idő, terület, térfogat és szög mérésében alkalmi egységekkel, alkalmi eszközök használatában.
Helyes képzete van a gyakorlati méréseiben használt szabványos egységek nagyságáról.		
	Elvégzett mérésről egyszerű következtetések más (a rendszerben szomszédos) egységgel való mérés várható eredményére.	Elvégzett mérésről egyszerű következtetések tud végezni más (a rendszerben szomszédos, másod- és harmadszomszédos) egységgel való mérés várható eredményére a gyakorlati igényeknek megfelelően.
Meg tud jeleníteni adott számokat pénzhasználattal. Le tudja olvasni kirakott pénzösszegek értékét.		

<p>Helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 10 000-ig.</p>	<p>Eszközök segítségével, csoportosítással meg tudja adni adott szám számjegyes alakját különféle (kettes, hármas, négyes, ötös) számrendszerekben. „Idegen” számrendszerben felírt számot képes értelmezni kirakással, csoportosítással.</p> <p>Ismeri a különféle számrendszereket képviselő eszközöket (Dienes-készletek, pénzek...).</p>	<p>Adott szám számjegyes alakjából meg tudja sejteni a számrendszer alapszámát, ezt a sejtését kirakással tudja ellenőrizni.</p> <p>– Pl. Melyik számrendszerben írtuk fel a hatvanat, ha a számjegyes alakja 330?</p> <p>Ismeri a különféle számrendszereket képviselő eszközök analógiáját.</p>
<p>Meg tudja adni a tízes számrendszerben a számjegyek különféle értékeit (helyi-, alaki-, valódi érték).</p>	<p>Idegen számrendszerben is meg tudja adni a számjegyek különféle értékeit (helyi-, alaki-, valódi érték).</p> <p><i>Például:</i> Tudja, hogy mi a valódi értéke a 2-nek a következő számokban: 1021, 1021_3, 1021_5, ... 1021_5, 1201_5, 2101_5, ...</p>	<p>A számjegyek valódi értékeinek ismeretében képes felírni a szám számjegyes alakját.</p> <p><i>Például:</i> Egy 4-es számrendszerben felírt számban 2 tizenhatos, és 3 egyes van. Melyik az ilyen tulajdonságú számok közül a legkisebb? (203_4)</p>
<p>Ismeri a római „alap-” számjeleket; százaskörben az összetett alakú számjeleket is.</p>	<p>Le tud olvasni római számjelekkel leírt számot.</p>	<p>Le tud írni adott számot római számjelekkel.</p>
<p>Elő tudja állítani szóban megnevezett számok és leírt számok 10-szeresét, 100-szorosát, 1000-szeresét a számjegyek balra tolásával.</p>	<p>Elő tudja állítani adott szám 10-szeresét – a számjegyek 10-szerezésével; – a helyiértékek 10-szerezésével.</p> <p>Elő tudja állítani adott szám 100-szorosát – a 10-szerezés 10-szerezésével...</p> <p>Elő tudja állítani adott 0-ra végződő szám tizedét, 00-ra végződő szám századát, 000-ra végződő szám ezredét a számjegyek jobbra tolásával.</p>	
<p>Tud számlálni egyesével, kettesével... tízesével, százassal, ezresével adott számtól növekvő és csökkenő sorrendben.</p>		

<p>Össze tud hasonlítani két számot (tízes számrendszerben) nagyság szerint, gyakorlati módon tudja a jegyek számának és a számjegyek alaki értékének szerepét a nagyság alakulásában.</p>	<p>Össze tud hasonlítani két számot adott számrendszerben nagyság szerint. <i>Például:</i> <i>El tudja dönteni, hogy melyik szám a nagyobb:</i> 1021_5 vagy 1201_5</p>	<p>Össze tud hasonlítani két azonos alakú, de különböző számrendszerben felírt számot nagyság szerint. <i>Például:</i> <i>El tudja dönteni, hogy melyik szám a nagyobb:</i> 1021_5 vagy 1021_3</p>
<p>Sorba tud rendezni tízes számrendszerben adott számokat növekvő és csökkenő rendben. El tud helyezni adott számokat számtáblázatokban.</p>		
<p>Ismeri a számok egyes, tízes, százaz, ezres szomszédjait, megállapítja tízesekre, százazokra, ezresekre kerekített értékét.</p>	<p>Tud számokat sorolni, amelyeknek ismeri a számszomszédait vagy az adott pontosságú kerekített értékét.</p>	<p>Meg tudja adni az összes természetes számot, amelyeknek ismeri a számszomszédait vagy az adott pontosságú kerekített értékét.</p>
<p>Megtalálja adott számok pontos, illetve közelítő helyét a különböző beosztású számegyeneseken. Meg tudja adni jó közelítéssel a számegyenesen megjelölt ponthoz tartozó számot. Meg tud adni kijelölt intervallumhoz tartozó számokat.</p>	<p>A számegyenes beosztásának finomításával pontosítani tudja adott szám elhelyezését a számegyenesen. Képes megválasztani célszerű egységet a számegyenesen adott számok ábrázolásához.</p>	
<p>Meg tudja adni egy-egy szám sokféle alakját, tudja, hogy különféle alakban is a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához tartoznak.</p>	<p>Sokféle alakban meg tudja adni a számegyenes adott pontjához tartozó számot.</p>	

<p>Képes számot jellemezni tulajdonságaival</p> <ul style="list-style-type: none"> – a szám számjegyei, a számjegyek száma, összege; – a számjegyek alaki-, helyi-, valódi értéke; – a szám viszonya adott számhoz (kisebb-e egy adott számnál); – a szám (egyes, tízes, százaz, ezres) szomszédai; – a szám kerekített értékei; – a szám összeg, különbség, szorzat, hányados alakjai; – meg tudja mutatni adott szám párosságát; – képes egy konkrét (kicsi) számmal (pl. 3-mal) való oszthatóságot eldönteni csoportosítással és egyenlő részekre osztással is; – el tudja dönteni, hogy adott számmal osztva milyen maradékot ad; – el tudja dönteni adott számról, hogy négyzetszám vagy háromszögszám-e. 	<p>Képes számokat alkotni adott tulajdonságaik alapján.</p> <p><i>Például:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – a négyjegyű szám ezresekre kerekített értéke 4000; – ugyanannyi százalaka van, mint ezrese; – osztható 5-tel; – páratlan; – kisebbik tízes szomszédja kerek százaz. 	<p>Képes adott tulajdonságokkal rendelkező számok összegyűjtésére, rendszerezésére, a megadott feltételeknek megfelelő összes szám megtalálására.</p> <p>Átlátja adott tulajdonságokkal rendelkező számok kapcsolatát, szemléltetni tudja ezt a kapcsolatot a számok diagramon való elhelyezésével, meg tud fogalmazni általános érvényű tulajdonságot.</p> <p><i>Például:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – amelyik szám páros, az nem páratlan, és mindegyik szám vagy páros, vagy páratlan; – amelyik szám osztható négygyel, az biztosan páros...
<p>Képes számokat összehasonlítani tulajdonságaik alapján</p> <ul style="list-style-type: none"> – a számok számjegyei, a számjegyeik száma, összege; – azonos számjegyek valódi értéke; – a számok nagyság szerinti összehasonlítása; – vannak-e azonos szomszédai; – egyezik-e a számok paritása; – osztható-e egyik a másikkal; – adott szám mindkét számnak osztója; – adott szám mindkét számnak többszöröse; – tud számokat szétválogatni adott számmal való osztási maradékok szerint. 	<p>Képes számokat szétválogatni és diagramon elrendezni aszerint, hogy egyeznek-e valamely választott vagy adott tulajdonságban.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Meg tudja fogalmazni két-két számról, hogy miért kerültek ugyanabba a részhalmazba, vagy miért kerültek különböző részhalmazokba. <p>Képes adott számok közös tulajdonságainak felismerésére, ilyen tulajdonságú számok gyűjtésére.</p>	<p>Ismeri és halmazábrák megítélésével, alkotásával ki is tudja fejezni két-két számtulajdonosság viszonyát.</p> <ul style="list-style-type: none"> – páros, 4-gyel osztható – 3-mal, 6-tal osztható – 2000-nél nagyobb, 5000-nél kisebb – 2000-nél kisebb, 5000-nél kisebb – 2000-nél kisebb, 5000-nél nagyobb...

2. FEJEZET	<i>Cím</i>	MŰVELETFOGALMAK TOVÁBBÉPÍTÉSE; A MŰVELETI TULAJDONSÁGOK ÉS KAPCSOLATOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	5 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	A műveletek kapcsolatának és tulajdonságainak erősítését szolgáló sejtések ellenőrzése.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Egyenlőségek és egyenlőtlenségek becslése, összehasonlítása.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A műveletek értelmezésének és kapcsolatának felújítása egyenes és fordított szövegezésű feladatokkal.
	Rendszerezés, kombinativitás	A műveleti tulajdonságok tudatosítása, a műveleti sorrend megváltoztatásának hatása.
	Induktív és deduktív lépések	A műveleti tulajdonságok és kapcsolatok kiterjesztése 10 000-es számkörre.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>A műveletek értelmezéseinek felújítását; kapcsolataik tudatosítását; a tulajdonságok megfigyelését, alkalmazását támogató tevékenységek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – műveletek megválasztása adott helyzetekhez, képekhez, képpárokhoz, szöveges feladatokhoz; – műveletekhez képek, kirakások, elvontabb modell(ek) keresése, alkotása; – műveleteket értelmező helyzetekben, képeken, szöveges feladatokban az eredmény előre becslése; – az eredmény változásainak megfigyelése az összetevők változásainak függvényében, a műveleti tulajdonságok felismerése konkrét egyedi esetekben, alkalmazásuk becslésekben, számításokban, az eredmény ellenőrzésében, <i>összetett alakú számok összehasonlításában</i>; – műveletes alakban adott számok összehasonlítása, sorbarendeze (a műveletek elvégzése nélkül); – közelítések; – a műveletek helyes sorrendjének megválasztása zárójeleket tartalmazó művelet sorokban is, a zárójel-elhagyásra vonatkozó megállapodás alkalmazása, <i>adott érték elérése műveletek és zárójelezések különféle megválasztásával.</i>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Az összeadás és kivonás értelmezéseinek felújítása. A műveletek mélyítése szöveges feladatokkal, szituációkkal, pontos és közelítő számokkal. A két művelet kapcsolata.</p> <p>Az összeadás, kivonás tulajdonságainak tudatosítása és felhasználása konkrét esetekben (mitől és hogyan változik az összeg, a különbség; mikor marad változatlan; a tagok felcserélhetősége, csoportosíthatósága, a műveletek monoton tulajdonsága).</p> <p>A szorzás, osztás értelmezéseinek felújítása szöveges feladatokkal, szituációkkal, számolásokban. A műveletek kapcsolata.</p> <p>Néhány fontos tulajdonságuk megfigyelése, tudatosítása konkrét esetekben (a szorzat, hányados változásai; a tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága, a szorzás és osztás monotonitása).</p> <p>Több művelet összekapcsolása, a szorzás összeadásra és kivonásra vonatkozó disztributivitása. A műveleti sorrend megváltoztatása, a zárójel-elhagyásra vonatkozó megállapodás megismerése, a zárójel-áthelyezés, illetve elhagyás eredményváltoztató hatásának megfigyelése.</p>
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	<p>5. ...Az összeadás és a kivonás monotonitása</p> <p>9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során.</p> <p>14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai...</p> <p>15. Írásbeli szorzás...</p> <p>21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék.</p>
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	5 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó kereszttantervi modulok</i>	A műveletek értelmezései, tulajdonságaik a számolási eljárások, szöveges problémamegoldások, nyitott mondatok igazgató tevése során alkalmazásra kerülnek, ezért a téma szinte minden modulban megjelenik.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetencia terület szerint: szociális és környezeti.

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	A műveletértelmezések 10 000-es számkörre történő kiterjesztéséhez választott szöveges feladatok eljátszása, modellezése. A műveletek állandóságának és változásának felfedeztetése kooperatív és önálló munkában.	
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A tanulói tevékenységeket az egyéni képességek figyelembevételével, a problémamegoldást támogató eszközhasználatlal szervezzük.	
	<i>Értékelés módja</i>	Szóbeli értékelés az egyéni képességek figyelembevételével.	
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A kooperatív problémamegoldások során minden tanuló számára olyan feladatot jelölünk ki, amely őt sikerélményhez juttathatja.	
KÖVETELMÉNYEK		Tudja a négy alpművelet különféle tartalmaikban értelmezni, a megfelelő műveleteket megválasztani összetettebb szituációkhoz is. Ismeri és helyesen alkalmazza a zárójeleket, jól választja meg a műveletek sorrendjét. Hiteles becslések és számolások megkönnyítése, biztonságosabb végzése érdekében alkalmazza a műveletek tulajdonságait és kapcsolatait a tízezres számkörben.	
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE			
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint	
Adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz hozzá tudja kapcsolni a megfelelő műveletet a műveletek mindegyik értelmezése szerint. – Összeadás (egyesítés, hozzátevés, összehasonlítás); – Kivonás (az összeg egyik tagjának meghatározása, elvétel, összehasonlítás, különbség); – Szorzás (egyenlő tagú összeadás, halmazok szorzatának számossága); – Osztás (bennfoglalás, egyenlő részekre osztás).			

<p>Tud műveletet megjeleníteni, modellezni, szöveges feladattal értelmezni.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott összeadást, kivonást, szorzást, osztást meg tud jeleníteni pl. kirakással, rajzzal vagy szakaszokkal; – A művelethez valóságtartalmú szöveges feladatot tud alkotni. 	<p>Tud műveletet többféle modell felhasználásával modellezni.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott összeadást, kivonást, szorzást, osztást meg tud jeleníteni kirakással, rajzzal, szakaszokkal; látja a különféle megjelenítések kapcsolatát. <p>Tud két-három műveletből álló zárójeles vagy zárójel nélküli műveletsort megjeleníteni, modellezni, szöveges feladattal értelmezni.</p>	
<p>Gyakorlati módon ismeri a következő műveleti tulajdonságokat:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a tagok felcserélhetősége és csoportosíthatósága, – a tényezők felcserélhetősége és csoportosíthatósága – a műveletek eredményének függése az összetevők nagyságától – Konkrét feladatsorokban a műveletek összetevőinek megfigyelése alapján számolás nélkül is meg tudja ítélni a művelet eredményének változását, illetve változatlanságát: – Össze tud hasonlítani összegeket, amelyek egy-egy tagja egyenlő; – Tudja, hogy ha az összeg egyik tagját valamennyivel növeltük, a másikat ugyanannyival csökkenteni kell, hogy az összeg ne változzon... 	<p>Ismeri konkrét egyedi esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat (a tagok és a tényezők felcserélhetőségét és csoportosíthatóságát, a disztributivitást, az eredmény függését az összetevők nagyságától, az összeadás és kivonás kapcsolatát, a szorzás és a kétféle osztás kapcsolatát).</p>	<p>A műveleti tulajdonságokat felhasználja becsléseiben, számításaiban, az eredmény ellenőrzésében, összetett alakú számok összehasonlításában, képes a felhasználás tudatosítására.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Pl. többtagú összeadások, többtényezős szorzatok számításánál keresi a könnyebb kiszámítási lehetőséget...
<p>Tudja, hogy a műveleteket milyen sorrendben kell elvégezni, ismeri a zárójel szerepét is.</p>	<p>Ismeri és jól alkalmazza a zárójel-elhagyásra vonatkozó megállapodást, a zárójel-áthelyezés, illetve elhagyás eredményváltoztató hatását.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Tudja, hogy a szorzás és az osztás művelete zárójel nélkül is elsőbbséget élvez az összeadással és a kivonással szemben. – Tudja, hogy összeg elvétele tagonkénti elvétellel is lehetséges. 	

3. FEJEZET	<i>Cím</i>	SZÁMOLÁS FEJBEN; KÖZELÍTŐ SZÁMÍTÁSOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	12 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Fejszámolás a tízes számrendszerben.
	Mennyiségi összehasonlítás Beclés, mérés, valószínűségi következtetés	Számlálásokhoz, közelítő számlálásokhoz, mérésekhez, közelítő mérésekhez kapcsolódó műveletvégzések ezresekkel. Nem kerek számokkal végezhető műveletek eredményének becslése kerekített értékekkel.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A műveletvégzést könnyítő számolási eljárás megválasztása; a művelet eredményének közelítése, a „hiba” csökkentése. Annak tudatosítása, hogy mitől válik pontosabbá egy beclés.
	Rendszerezés, kombinativitás	Analógiák egyjegyű, 0-ra végződő kétjegyű, 00-ra végződő háromjegyű és a 000-ra végződő négyjegyű számokkal végzett műveletek között.
	Induktív és deduktív lépések	Fejszámolások a 10 000-es számkörben analógiákra építve.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Összeadás, kivonás fejszámolással:</p> <ul style="list-style-type: none"> – összeadás és kivonás kerek tízesekkel, kerek százasokkal, kerek ezresekkel; – 00-ra, 0-ra végződő és teljes négyjegyű számok összeadása kerek ezresekkel; kerek ezresek elvétele; – pótlások 100-ra, 1000-re, 10 000-re több lépéssel; – 00-ra végződő négyjegyű és kerek háromjegyű számok összeadása, a megfelelő kivonások; – 900 és 800 hozzáadása, elvétele 1000 – 100, illetve 1000 – 200 alakban; – 00-ra végződő négyjegyűek összeadása, elvétele különféle eljárásokkal. <p>Összeg, különbség becslése a számok kerekítésével:</p> <ul style="list-style-type: none"> – 0-ra végződő és teljes négyjegyű számok összegének és különbségének becslése; – közelítés a műveletvégzésben részt vevő számok ezresekre kerekítésével; a „hiba” nagyságának megfigyelése; – a becslés finomítása a műveletvégzésben részt vevő számok százasokra kerekítésével és más módokon (pl. a monotonitás alkalmazásával). <p>Szorzás, osztás fejszámolással:</p> <ul style="list-style-type: none"> – a szorzó- és bennfoglalótáblák gyakorlása; többszörözés az érték növelésével, osztás az érték csökkentésével; – kerek tízesek, százások, ezresek szorzása egyjegyűvel; – egyjegyűek és teljes kétjegyűek szorzása 10-zel, 100-zal, 1000-rel és a megfelelő osztások; – egyjegyűek szorzása kerek tízesekkel, kerek százasokkal, kerek ezresekkel; és a megfelelő osztások; – egyjegyűek és teljes kétjegyűek szorzása kis kétjegyű számokkal a szorzó összegre vagy különbségre bontásával; – a szorzat és a hányados becslése a műveletvégzésben részt vevő számok kerekítésével, kétoldalú közelítéssel. <p>Maradékos osztások egyjegyű osztóval a 100-as számkörben és kerek tízes, kerek százás osztóval az 1000-es, 10 000-es számkörben.</p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	<p>Összeadás, kivonás; szorzás, osztás fejszámolással. Közelítő számítások a műveletvégzésben részt vevő számok kerekítésével; a „hiba” nagyságának megfigyelése, csökkentése.</p>

MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	2. Számlálás, számolás kerekített értékekkel 3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel 4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejlesztés ezrekre kerekített értékekkel 5. Fejlesztés a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben. Az összeadás és a kivonás monotonitása. 7. Szorzás, osztás fejlesztéssel...
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	12 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	Fejlesztést szinte minden órán végeznek a gyerekek, így ez a téma mindegyik modulhoz kapcsolódik.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetencterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Az analógiákra építő feladatok párhuzamba állításával segítjük az azonosságok és különbségek megfigyelését. A játékpénzek, abakuszok használata szemléletessé és egyszerűvé teszi az értéknövelést és az értékcsökkentést.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A manuális és gondolati tevékenységek és az azonosságokra irányított figyelem segíti a meglévő ismeretek aktivizálását és kiterjesztését a nagyobb számok körére.
	<i>Értékelés módja</i>	Az írásbeli műveletek tárgyalása előtt végzett diagnosztikus mérés alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Játékpénzt vagy abakuszt biztosítunk minden tanulónak addig, amíg annak használatát igényli.
KÖVETELMÉNYEK		Jó fejlesztési jártasság elérése összeadásban, kivonásban a 100-as számkörben, és az analóg esetekben az 1000-es, 10 000-es számkörökben. Értve és egyre önállóbban alkalmazza a kerekített értékekkel való közelítő számolást becslésekben és az ellenőrzések során. Gyakorlottságot szerzett szorzásban, osztásban 10-zel, 100-zal, 1000-rel, kerek tízesekkel, egyszerű kétjegyűvel.

A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Készség szintű a fejszámolása a 100-as számkörben (összeadás, kivonás, egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás) és az analóg számításokban a tízezeres számkörben (0-ra végződő 3-jegyűek, 00-ra végződő négyjegyűek összeadása, kivonása, egyjegyűvel való szorzása, maradék nélküli egyjegyűvel való osztása).	Jó gyakorlottsága van a 100-as számkörben az egyjegyűvel való maradékos osztásokban.	
Tudja a számokat 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozni, és (nem maradékos esetben) osztani; tud kerek kétjegyűvel, háromjegyűvel szorozni, osztani a kiségyszeregynek megfelelő analóg esetekben. – (pl. $60 \cdot 70$, $5 \cdot 300$, $4800:600$, $6300/9$, $6300/90$, $6300/900$).		
Kerekített értékekkel való műveletvégzéssel meg tudja becsülni – teljes négyjegyűek összegét pl. $3687+2854 \approx 4000+3000=7000$; $3687+2854 \approx 3700+2900=6600$; – teljes négyjegyűek különbségét pl. $3687-2854 \approx 4000-3000=1000$; $3687-2854 \approx 3700-2900=800$; – teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel, háromjegyűek egyjegyűvel való szorzatát pl. $368 \cdot 5 \approx 400 \cdot 5=2000$; – teljes három- és négyjegyűek egyjegyűvel és kétjegyűvel való osztásának hányadosát pl. $3685/5 \approx 4000/5=800$; $3685/50 \approx 3700/50=74$	Tudja becsléseit finomítani, adott műveleteket adott eredményekkel párosítani becslés alapján.	Tudja több számból nehezebb műveletek eredményét is kiválasztani becsléssel, vagy a műveleti szabályok ismerete alapján, a műveletek elvégzése nélkül.

4. FEJEZET	<i>Cím</i>	ÍRÁSBELI MŰVELETEK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	16 óra
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Írásbeli műveletek végzése a megismert algoritmusok alapján.
	Mennyiségi összehasonlítás Beclés, mérés, valószínűségi következtetés	A műveletek eredményének előrebecslése.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A műveletek eredményének ellenőrzése különféle módokon. A választott ellenőrzési mód indokolhatósága.
	Rendszerezés, kombinativitás	Az írásbeli műveletek algoritmusainak értő alkalmazása. A lépések kötött és változtatható sorrendje.
	Induktív és deduktív lépések	Az ellenőrzéshez választott eljárás tudatos alkalmazása (pl.: ha fele akkora számmal osztunk, 2-szer akkora hányadoshoz kell jutnunk).

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>A számrendszeres gondolkodás továbbépítése; az írásbeli műveleti eljárások alapozása. A műveletek eredményének becslése.</p> <p>Az írásbeli összeadás, kivonás, egyjegyűvel való szorzás kiterjesztése nagyobb számok körére, gyakorlása. Ellenőrzés a becsült eredménnyel való összevetéssel, valamint a műveleti tulajdonságok és kapcsolatok felhasználásával.</p> <p>Szorzat becslése kerekített számokkal végzett szóbeli számolással.</p> <p>A két- és háromjegyű szorzóval való írásbeli szorzás eljárásának megismerése (szorzás 10-zel, kerek tízessel, teljes kétjegyűvel két lépésben, illetve szorzás 100-zal, kerek százassal, teljes háromjegyűvel három lépésben), az eljárás begyakorlása. Többféle ellenőrzési mód megismerése (összevetés a becsült szorzattal, valósággal; határok közé szorítás; összeadásokkal való helyettesítés; tényezők cseréje; a szorzó vagy a szorzandó tényezőkre bontása; a részletszorzatok számítási sorrendjének megváltoztatása).</p> <p>Az egyjegyű osztóval való írásbeli osztás előkészítése tárgyi tevékenységgel: egyenlő részekre osztás különféle pénzérmék (Dienes-készletek, színesrudak) használatával váltás nélkül és felváltással egy-egy „helyen”. Hiányos szorzásban az egyik tényező keresése becsléssel, közelítéssel.</p> <p>Hányados becslése; a becslés finomítása szorzással. Az egyjegyűvel való írásbeli osztás eljárásának megismerése, gyakorlása; ellenőrzés különféle módokon (összevetés a becsült hányadossal, valósággal; határok közé szorítás; az osztó vagy az osztandó szorzatra bontása, és a szükséges műveleti tulajdonságok alkalmazása; szorzással; maradékos osztás esetén szorzással és a maradék szorzathoz való hozzáadásával).</p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Írásbeli műveletek</p> <p>a) összeadás, kivonás, szorzás egyjegyű szorzóval</p> <p>b) szorzás többjegyűvel</p> <p>c) osztás egyjegyűvel</p> <p>A műveletek eredményének előrebecslése, majd ellenőrzése különféle módokon.</p>
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	Cím	<p>9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során</p> <p>15. Írásbeli szorzás. Nyitott mondat megoldása tervszerű próbálgatással.</p> <p>16. Adatsokaságok gyűjtése, rendezése, ábrázolása</p> <p>17. Írásbeli osztás egyjegyű osztóval</p>
	A feldolgozáshoz ajánlott óraszám	16 óra + folyamatos

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ-VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	Az írásbeli műveletek megértésének nélkülözhetetlen feltétele a helyiérték-rendszer biztonságos ismerete, a szóbeli számolási eljárások értése és tudatos alkalmazása, valamint a különböző pontosságú kerekítésekre alapozott becslések végzése. Ezek fejlesztése szinte a tanítási órák mindegyikén megvalósul.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Az írásbeli műveletek algoritmusai az előző évben megismert algoritmusokra épülnek. A korábbi ismeretekre alapozott fejlesztés épít a tanulói megfigyelésekre, a konstruktív gondolkodásra. A többféle ellenőrzési mód kidolgozása tovább erősíti a műveletek kapcsolatát és tulajdonságait.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A korábban is használt eszközök (játékpénzek, abakuszok, Dienes-készletek) támogatják az eljárások 10 000-es számkörben való alkalmazását, illetve a többjegyűvel való szorzás és az egyjegyűvel való osztás algoritmusainak megértését.
	<i>Értékelés módja</i>	Az írásbeli műveletek megértését és eljárásainak ismeretét vizsgáló diagnosztikus mérés alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Eszközhasználatot biztosítunk minden tanulónak addig, amíg azt igényli. Szükség esetén irányítjuk, más esetben lehetőséget teremtünk az ellenőrzési mód tetszőleges megválasztására.
KÖVETELMÉNYEK		Ismeri és értve alkalmazza az írásbeli összeadás, kivonás, egyjegyűvel való szorzás eljárását. Ismeri és helyesen alkalmazza a két- és háromjegyű szorzóval való szorzást, az egyjegyű osztóval való osztás eljárását. Eredményeit tudja ellenőrizni előzetes becslések vagy műveleti tulajdonságok alapján.
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Tudja a megismert számkörben a műveleteket (összeadás, kivonás, szorzás) írásban, pontosan elvégezni. Tud a megismert számkörben egyjegyű számmal osztani.	Többjegyűvel való osztást (ha az osztó egyjegyűek szorzatára bontható) vissza tud vezetni egyjegyűekkel való osztásokra.	Többjegyűvel való osztások esetén a nagyságrendileg helyes eredményt becsléssel ki tudja választani több lehetőség közül, választását szorzással ellenőrizni tudja.
Kialakult az igénye és képessége az ellenőrzésre (becsléssel való összehasonlítás, zese számológép).	Felelősséget vállal az eredményéért, kialakult az igénye és képessége az önellenőrzésre (összeveti a számolás eredményét a becsült eredménnyel, ellenőrzi valamilyen módon a számítás pontosságát), javítja a talált hibákat.	Ismeri és alkalmazza az összeadás és kivonás, szorzás és osztás kapcsolatát számításaiban és az eredmény ellenőrzésében.

5. FEJEZET	<i>Cím</i>	NYITOTT MONDATOK; EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	5 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Adott nyitott mondat megoldásának ellenőrzése kipróbálással.
	Mennyiségi összehasonlítás Beclés, mérés, valószínűségi következtetés	Adott nyitott mondatot igazzá tevő elem beclése. A műveleti monotonitás alapján egy ellenőrzött megoldásból következtetés a nyitott mondat több megoldására.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szöveges feladatokban megfogalmazott összefüggések lejegyzése nyitott mondatokkal. Döntés a választott elem behelyettesítésével létrejött állítás igazságáról.
	Rendszerezés, kombinativitás	Adott véges alaphalmaz elemeinek szétválasztása aszerint, hogy adott nyitott mondatot igazzá vagy tévessé tesznek.
	Induktív és deduktív lépések	Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet és egyenlőtlenség megoldásának keresése tervszerű próbálgatással, a műveleti monotonitás egyre tudatosabb felhasználásával.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Nyitott mondatok lezárása elemek, elempárok behelyettesítésével, s az így kapott állítások igazságának megítélése. Az összes igazzá tevő elem megkeresése véges alaphalmazokon; a tervszerű próbálgatás módszerének alkalmazása a műveletek monoton tulajdonságának alkalmazásával. <i>Vita, érvelés.</i></p> <p>Olyan nyitott mondatok megoldása, amelyek az alaphalmaz egyetlen elemére sem válnak igazzá, illetve az alaphalmaz minden elemére igazzá válnak.</p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Nyitott mondatok; egyenletek, egyenlőtlenségek</p> <ul style="list-style-type: none"> – Nyitott mondat lezárása; döntés a kapott állítás igazságáról – Adott véges alaphalmaz elemeinek szétválogatása aszerint, hogy az adott egy-, illetve kétváltozós egyenletet, egyenlőtlenséget igazzá teszik, vagy tévessé teszik. Olyan egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldása, amelyeket adott alaphalmazon nem lehet tévessé tenni, olyanok, amelyeket nem lehet igazzá tenni. <i>Annak megsejtése, hogy bővebb halmazon is így van-e.</i> – Egy- és kétváltozós egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással (közelítés módszerével, a műveleti monotonitás felhasználásával). Ellenőrzés kipróbálással, <i>egyszerű következtetéssel.</i>

MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	6. Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenségek. 15. Írásbeli szorzás. Nyitott mondat megoldása tervszerű próbálgatással.
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	5 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó kereshittantervi modulok</i>	A nyitott mondatok a műveletvégzések gyakorlásának, összefüggések, műveleti tulajdonságok és kapcsolatok leírásának lehetséges eszköze; a szöveges feladatok lehetséges matematikai modellje. Ezért minden olyan modulhoz kapcsolódik, amelyekben ezen tartalmak valamelyike előfordul: 3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel 4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejlesztés ezrekre kerekített értékekkel. 5. Fejlesztés a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben. Az összeadás és a kivonás monotonitása. 9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során. 10. Számtulajdonságok, számkapcsolatok felismerése, kifejezése tevékenységekkel, állításokkal. 11. Egész számok 14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai 16. Adatsokaságok gyűjtése, rendezése, ábrázolása 17. Írásbeli osztás egyjegyű osztóval 19. Szöveges feladatok 21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	A nyitott mondatok lehetséges lezárásai közül a behelyettesítés (kipróbálás) módszerét alkalmazzuk véges alaphalmazon. Ebből kiindulva jutunk el a tervszerű próbálgatás módszeréhez, amely lehetővé teszi, hogy az alaphalmaz egy részhalmazáról kipróbálás nélkül eldöntsük, hogy hozzátartozik-e a nyitott mondat megoldásához. Ezek a következtetések becslésre, illetve műveleti tulajdonságokra alapozhatók.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A nyitott mondatok megoldásának keresése tervszerű próbálgatással sejtéseket is tartalmaz, ezért nem nélkülözhető a sejtés ellenőrzése kipróbálással. Fontos, hogy találkozzanak a gyerekek olyan nyitott mondatokkal, amelyeknek az adott alaphalmazon nincs megoldása, illetve az alaphalmaz minden eleme megoldása a nyitott mondatnak.
	<i>Értékelés módja</i>	A tanulók önálló munkájának megfigyelése alapján szóbeli értékelés.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A tanulók képességének és gyorsaságának figyelembevételével differenciálhatunk a nyitott mondat alaphalmazának megválasztásában.
KÖVETELMÉNYEK		Nyitott mondatokat igazzá, tévessé tud tenni; meg tudja keresni nyitott mondat megoldását (teljes igazsághalmazát) adott, véges alaphalmazon. Használja a tervszerű próbálgatás módszerét, sejtéseit a műveletek monoton tulajdonságára alapozza. Elképzeléseit kipróbálással ellenőrzi.
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Behelyettesítéssel adott véges alaphalmaz elemeit szét tudja válogatni aszerint, hogy az adott egy-, illetve kétváltozós egyenletet, egyenlőtlenséget igazzá teszik, vagy tévessé teszik.	Egy- és kétváltozós egyenletek, egyenlőtlenségek igazsághalmazát ki tudja választani az alaphalmazból a tervszerű próbálgatás módszerét alkalmazva. A követett megoldási módszer lépései helyesek, célravezetőek. –5600 – $\square < 4230$ Kipróbálták az 1500-at. Megállapítják, hogy ez a szám már túl nagy, nem tartozik a nyitott mondat megoldásához, tehát a nála nagyobbak sem tartozhatnak bele...	Adott véges alaphalmazon szerzett tapasztalatai alapján azonosan igaz, illetve azonosan hamis egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldáshalmazáról sejtést tud megfogalmazni bővebb alaphalmazra vonatkozóan is. Például: ($\square - 300$) + 10 = $\square - 290$ igazzá válik minden kipróbált számra. Ennek alapján megfogalmazott sejtés: Nincs olyan szám, ami ne tenné igazzá.

6. FEJEZET	<i>Cím</i>	SZÖVEGES FELADATOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	7 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	A szöveges feladathoz választott, illetve készített számfeladat, nyitott mondat megoldása; táblázat kitöltése; sorozat folytatása.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	A szöveges feladat hiányzó adatának pótlása becsléssel, méréssel. Az eredmény megbecslése.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A probléma megértése; az adatok kigyűjtése, pótlása; modellkeresés az ismert és a keresett adat közti összefüggés feltárásához, leírásához; a megoldás megkeresése, ellenőrzése; a kérdés megválaszolása.
	Rendszerezés, kombinativitás	Adott probléma megoldása többféle modellel, a különféle megoldási módok összehasonlítása.
	Induktív és deduktív lépések	Egyszerű diszkussziók: a megoldás változása az adatok függvényében.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Elmondott, olvasott, egyenes és fordított szövegezésű, egyszerű és összetett szöveges feladatok megjelenítése, átfogalmazása, értelmezése. A kérdés megértése. A kérdés és az adatok közti kapcsolat megértése, ábrázolása. Felesleges adatok kiszűrése; hiányok pótlása adatgyűjtéssel (mérés, számolás), érdeklődéssel. Ellentmondó adatok kiszűrése.</p> <p>A megoldás elképzelése, megbecslése.</p> <p>Matematikai modell keresése, készítése; leírás jelekkel (műveletekkel, sorozattal, táblázattal, vagy másképpen), megoldása, ellenőrzése.</p> <p>A különféle megoldási módok elemzése, értékelése (célszerűség, egyszerűség, ötletesség, szépség szempontjából).</p> <p>Adott képhez, számfeladathoz, egyéb modellhez szöveges feladat alkotása.</p>

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	<p>Szöveges feladatok</p> <p>a) A megértés, elemzés technikái; eljátszás közvetlenül, eljátszás egyszerűsített eszközökkel, szabad és irányított beszélgetés a szituációval kapcsolatban, rajz vagy egyéb ábrázolás, egyszerű következtetések, adatok válogatása (adott kérdés szerint fontos és lényegtelen adatok szétválasztása, felesleges adatok kiszűrése, ellentmondó adatok felismerése); adatok és kapcsolataik ábrázolása; az ábrázolt viszonyok leolvasása, a lehetséges válaszok előre vetítése, mérlegelése.</p> <p>b) A matematikai modellek értelmezése; átfordítások különféle modellekbe: számfeladatok, nyitott mondatok, sorozatok, táblázatok, grafikonok, diagramok választása, készítése, mérlegelés a célszerűség, egyszerűség, szépség szempontjai alapján.</p> <p>c) A matematikai modellen belüli megoldás, és ennek ellenőrzése.</p> <p>d) Visszafordítás az eredeti problémára, a kapott válasz értelmezése, ellenőrzés az adatok, a valóság és az előrevetített eredmény szerint.</p> <p>e) <i>Egyszerű esetekben diskusziók.</i></p>
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<p><i>Cím</i></p> <p>2. Számlálás, számolás kerekített értékekkel</p> <p>3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel</p> <p>4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejszámolás ezresekre kerekített értékekkel.</p> <p>9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során.</p> <p>10. Számtulajdonságok, számkapcsolatok felismerése, kifejezése tevékenységekkel, állításokkal.</p> <p>19. Szöveges feladatok</p> <p>20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek</p>
	<p><i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i></p> <p>7 óra + folyamatos</p>

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	<p>Szöveges feladatokat nem csak a problémamegoldó képesség fejlesztése érdekében végzünk. Fontos szerepük van a műveletek értelmezése, összefüggések megfogalmazása, műveleti kapcsolatok konkretizálása területén is. Alkalmasság a matematika és a valóság kapcsolatának átélésére. Ezért a szöveges feladatok szerepet kapnak minden olyan modulban, amelyekben ezek a tartalmak megjelennek:</p> <p>5. Fejlesztés a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben. Az összeadás és a kivonás monotonitása.</p> <p>8. Nagyítás, kicsinyítés. Térfogatok összehasonlítása; mérés</p> <p>11. Egész számok</p> <p>14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai.</p> <p>Tükrözés, eltolás síkban, Elforgatás, Parkettaminták tervezése; szimmetria-tulajdonságok</p> <p>15. Írásbeli szorzás. Nyitott mondat megoldása tervszerű próbálgatással.</p> <p>16. Adatsokaságok gyűjtése, rendezése, ábrázolása</p>
	<i>Más műveltségterületi kap- csolódási lehetőségek</i>	<p>NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás.</p> <p>Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.</p>
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	<p>A szöveges feladatok értelmezését, az összefüggések feltárását segítő sokféle modell megismertetése lehetővé teszi az önálló problémamegoldást támogató modell megválasztását. Ezért nem algoritmusokat építünk, hanem lehetséges megoldási módokat kínálunk a tanulók számára. Megfigyeltetjük a megoldások módosulását az adatok változásának hatására, ezzel felkeltjük a diszkusszió igényét.</p>
	<i>Módszertani eszköztár</i>	<p>A valóságtartalmú problémafelvetések eljátszása bizonyítja a matematika mindennapi életben betöltött nélkülözhetetlen szerepét. Az ilyen problémák matematizálása és a matematika eszközeivel való megoldása megmutatja a tanult ismeretek hasznosságát.</p>
	<i>Értékelés módja</i>	<p>A megoldási módok egyszerűségének és szépségének elemzése; a különféle modellválasztással készített megoldási folyamatok összehasonlítása. Önértékelés az önálló munka megbeszéléseit követően. Egyéni értékelés diagnosztikus mérés alapján.</p>
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	<p>Az egyéniségnek megfelelő szerepvállalás biztosítása a szöveges feladatok „életszerű” eljátszása során. Differenciált tanácsadás a modellválasztáshoz; differenciálás a segítségnyújtás mértékében.</p>

KÖVETELMÉNYEK	<p>A szöveges feladat megértése, átfogalmazása; kérdések megfogalmazása. Adatok gyűjtése, pótlása; az ellentmondó és felesleges adatok kiszűrése. A kérdés megértése. A szöveges feladat problémájához felhasználható matematikai modell kiválasztása, illetve megalkotása. A probléma megoldásának megbecslése. A modellbe „lefordított” probléma megoldása. Az eredmény ellenőrzése, összevetése a becsléssel és a valósággal; a kérdés megválaszolása.</p>	
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
<p>Képes az egyszerű szöveges problémák megoldására:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tud megfelelő matematikai modellt (kirakás, rajz, számfeladat, nyitott mondat) választani, alkotni; – helyesen oldja meg a kijelölt műveleteket, nyitott mondatokat; – ellenőrzi a számításokat; – az eredményt tudja vonatkoztatni az eredeti probléma kérdésére, összeveti a valósággal, feltételekkel; – helyesen válaszol a kérdésre. 	<p>Összetett szöveges feladtból ki tudja gyűjteni a szükséges adatokat (<i>adott kérdés szerint fontos és lényegtelen adatok szétválasztása, felesleges adatok kiszűrése, ellentmondó adatok felismerése</i>).</p> <p>Összetett szöveges feladathoz ki tud választani adott modellek, jelölések, ábrák közül alkalmazni az adatok és kapcsolatuk értelmezésére, feltárására.</p> <p>A választott modell segítségével előre vetíti a várható megoldást.</p> <ul style="list-style-type: none"> – tud megfelelő matematikai modellt (egyszerűsített rajz, számfeladat, nyitott mondat, táblázat, diagram) választani, alkotni; – helyesen oldja meg a kijelölt műveleteket, nyitott mondatokat; helyesen olvassa le a megoldást diagramról, táblázatról; – ellenőrzi a számításokat; – az eredményt tudja vonatkoztatni az eredeti probléma kérdésére, összeveti a valósággal, feltételekkel; – helyesen válaszol a kérdésre. 	<p>Képes összetett szöveges problémák megoldására. Önállóan megérti a hallott vagy olvasott szöveget. Ki tudja választani a megoldáshoz szükséges adatokat. Át tudja fogalmazni a szöveget a jobb megértés érdekében. Fel tud használni különböző modelleket az adatok értelmezésére, a kapcsolatok feltárására, a probléma megoldására.</p> <p>Képes adott modellhez szöveges feladatot alkotni.</p> <p>Az eredményt tudja vonatkoztatni az eredeti probléma kérdésére, összeveti a valósággal, feltételekkel. Irreális megoldás esetén keresi a hiba okát, javítja a talált hibát.</p> <p>Egyszerű esetekben diszkusszióra is képes.</p>

7. FEJEZET	<i>Cím</i>	EGÉSZ SZÁMOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	3 óra
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Egyenlő összegalakú számok gyűjtése.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Irányított mennyiségek mérése: az idő, magasság (különbféle 0-pontokhoz való viszonyítás, adott növekedési irány).
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szöveggel megfogalmazott történet szemléltetése eszközzel való kirakással.
	Rendszerezés, kombinativitás	Kis abszolútértékű egész számok nagyság szerinti rendezése megválasztott modellben.
	Induktív és deduktív lépések	Tapasztalatok a negatív számokról, annak felismerése, hogy negatív számmal jellemezhető mennyiség hozzátevése értékcsökkenést, míg elvétele értéknövekedést eredményez.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK		<p>Irányított mennyiségek mérése, jellemzése előjeles számokkal (hőmérséklet; idő). Mennyiség jellemzése előjeles számmal a növekedés adott iránya esetén, választott 0-ponthoz való viszonyítással (idő; magasság és mélység).</p> <p>Vagyoni helyzetek jellemzése előjeles számokkal (készpénz és adósság). Nagyság szerinti rendezés különféle konkretizálásokkal (hőmérsékletek, időpontok, magasságok és mélységek összehasonlítása, rendezése; vagyoni helyzetek összehasonlítása); a számok sokféle neve (egyenlő vagyoni helyzetek különféle előállításai). <i>Vagyoni helyzetek változása hozzátevés és elvétel hatására.</i></p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		Tapasztalatok a negatív számokról; az egész számok körében való tájékozódás (különbféle szemléletű konkretizálások, nagyság szerinti összehasonlítás, rendezés, egyenlő összegalakú számok).
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	11. Egész számok
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	3 óra

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó kereshattantervi modulok</i>	A negatív számokat irányított mennyiségként és hiányként értelmezzük, ezért a modul közvetve kapcsolódik minden olyan modulhoz, amelyben előfordulnak hasonló tevékenységek (művelet és inverze; számok rendezése növekvő, illetve csökkenő sorrendbe; sorozatok folytatása a növekedés és a csökkenés irányába; mozgások adott irányba és ellentétesen; viszonyítás adott értékhez; adatok összehasonlítása...)
	<i>Más műveltségterületi kap- csolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	A 3. osztályból ismert modellek alkalmazásával folytatjuk a kis abszolútértékű egész számokkal való ismerkedést. Hangsúlyt helyezünk annak érzékeltetésére, hogy egy vonalon megjelölt pont helyzetének megadásához szükség van egy választott viszonyítási pont (0-pont) és egy választott irány kitüntetésére (a növekedés iránya: melegebb, ezután, magasabb). Kézpénz- és adóssághártyák használatával további tapasztalatot szerezhetünk különböző alakú egész számok egyenlőségéről; rendezéséről. Tevékenységek során felismertjük, hogy lehet elvétellel értéket növelni és hozzátevással értéket csökkenteni.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Az előjeles számokkal való ismerkedés kizárólag eszközhasználattal történik, többnyire csoport, illetve páros munkaszervezéssel.
	<i>Értékelés módja</i>	Szöveges értékelés a közös, illetve páros munkában való részvétel alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A csoportok, illetve a párok alakításánál különös gondot fordítunk a nehézségekkel küzdő tanulók elhelyezésére, a segítségnyújtásra alkalmas tanuló(ak) kiválasztására.
KÖVETELMÉNYEK		Tud irányított mennyiségeket mérni, jellemezni előjeles számokkal. Érti, hogy egy pont helyzetének jellemzése viszonylagos. Tud vagyoni helyzeteket jellemezni előjeles számokkal. Képes előjeles számokat nagyság szerint rendezni különféle modellhasználattal. Tud kis abszolútértékű egész számokat sokféle alakban megjeleníteni.

A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
<p>Konkrét tapasztalatai vannak az egész számok néhány értelmezéséről.</p> <p>– Tud a viszonyítási pont és egy irány választhatóságáról, meg tudja jelölni a választott iránnyal ellentétes irányban jelölhető mennyiségeket;</p> <p>– Tudja a negatív számokat hiányként (<i>adósság-, vagyonszármazékok</i>) értelmezni;</p> <p>– Le tud olvasni különféle, tanult modellekben megjelenített negatív számokat konkrét tartalmukkal; a használt modellen belül össze tud hasonlítani természetes számokat és negatív egész számokat nagyság szerint;</p> <ul style="list-style-type: none"> • meg tudja állapítani az egészek körében, hogy mely hőmérsékleti érték jelöl melegebbet, hidegebbet, • adott időponthoz viszonyított időpontokról megállapítja, melyik volt előbb, melyik van később (pl. a születésnapod előtti 5. nap, vagy a születésnapod előtti 7. nap...) • le tudja olvasni a valamely jelölt helyhez viszonyítva megadott pontoknak az adott irány szerinti sorrendjét (Jobbra haladsz az iskola utcájában. Az iskolától balra a 7. méternél, vagy tőle jobbra a 3. méternél jártál-e előbb?) • ki áll jobban anyagilag, akinek 4 Ft-ja van, vagy akinek 9 Ft adóssága? <p>– Modell használatával elő tudja állítani egész számok különféle összeg-alakjait.</p>	<p>Talál alkalmas modellt ahhoz, hogy annak segítségével össze tudjon hasonlítani két (kis abszolútértékű) egész számot, vagy rendezni tudjon néhányat.</p>	<p>Megtalálja (kis abszolútértékű) egész számok helyét a számegyenesen.</p> <p>Modell használatával meg tudja ítélni a változtatás hatását.</p> <p>– Kirakással el tudja dönteni, hogy pl. adósság hozzáadása értékcsökkenést, elvétele értéknövekedést eredményez.</p>

8. FEJEZET	<i>Cím</i>	TÖRTEK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	6 óra
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Tájékozódás a törtalakú számok körében: különféle mennyiségek körében való megjelenítés, nagyság szerinti rendezés, egyenlő törtek.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Mennyiségek mérése az egység törtrészeivel. Törtek helye a számegyenesen.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Számok törtrészének meghatározását igénylő szöveges feladatok.
	Rendszerezés, kombinativitás	Törtek nagyság szerinti rendezése. Egyenlő törtek sokféle alakban
	Induktív és deduktív lépések	Egyenlő nevezőjű, illetve egyenlő számlálójú törtek összehasonlítása tárgyi megjelenítésük alapján; egyenlő törtek tulajdonságának felismerése.

<p>AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK</p>	<p>Egységtörtek megnevezése, illetve előállítás:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Különbéféle mennyiségek körében megjelenített egységtörtek leolvasása, megnevezése, összehasonlítása. – Az 1 egész egyenlő részekre osztásával kapott egységtörtek (fél, negyed, nyolcad, harmad, hatod, tizenketted, ötöd, tized, tizenötöd, huszad, heted, tizennegyed) megjelenítése különféle mennyiségeken (hosszúságok, területek, tömegek, úrtartalmak, szögek egyenlő részekre osztása). – Az egész és az egységtört viszonya. Egységtörtek többszörösei: – Egységtörtek többszöröseinek előállítása, megnevezése. A törtvonalas jelölés bevezetése. – Egészek és törtek „mérése” más törtekkel (pl. a fél mérése negyedekkel, hatodokkal, nyolcadokkal..., a 2 harmad mérése hatodokkal..., a 2 egész mérése felekkel...). – Különbéféle egységválasztásnál egységtörtek megjelenítése vágással, hajtogatással, színezéssel; egészek és törtek kirakása egységtörtekből. – <i>Tötrésről következtetés az egészre.</i> – A modellek felhasználása törtalakú számok összehasonlítására, köztük különféle alakú egyenlő számok keresésére. – Törtalakú számok összehasonlítása, nagyság szerinti rendezése, egyenlők keresése kijelölt modell használatával; vagy választható modell segítségével; formai jegyek megfigyelése. Törtszámok helye a számegyenesen. <p>Mennyiségek mérése többféle egységgel; <i>törtek és mértékrendszerek kapcsolata.</i> Számok törtreszéinek keresése.</p>				
<p>ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK</p>	<p>Tapasztalatok a tört számokról (egységtörtek és többszöröseik; törtek és egészek viszonya). A törtalakú számok körében való tájékozódás (leolvasás, megjelenítés, nagyság szerinti rendezés, egyenlő törtek, helyük a számegyenesen). Számok törtreszéinek előállítása.</p>				
<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"><i>Cím</i></td> <td>12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség. 20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek. 21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék</td> </tr> <tr> <td><i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i></td> <td>6 óra</td> </tr> </table>	<i>Cím</i>	12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség. 20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek. 21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	6 óra
<i>Cím</i>	12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség. 20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek. 21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék				
<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	6 óra				

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó kereszttantervi modulok</i>	A törtfogalom alakítását mennyiségek egyenlő részekre osztásával végezzük. Ezért a modul közvetve kapcsolatban van minden olyan modullal, amelyben szerepet kap mennyiségek mérése, illetve a részekre osztás tevékenysége.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	A törtfogalom alakítása során gondosan ügyelünk a tört és a törtrész elkülönítésére, megértetésére, a szóhasználatra. Mennyiségek egyenlő részekre osztásával hozunk létre egységtörteket és azok többszöröseit. Darabolásokkal, kirakásokkal, színezésekkel állítunk elő törteket, az előállított törteket hasonlítjuk össze.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Kétirányú tevékenységet szervezünk: – mennyiséghez rendelünk törtalakú számot; – törtalakú számhoz rendelünk mennyiséget.
	<i>Értékelés módja</i>	A tevékenységek során mutatott aktivitás alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Mennyiségi és minőségi differenciálás a törtek elállításában. Az egyéni képességek figyelembe vétele az eszközválasztásnál.
KÖVETELMÉNYEK		Egyszerű egységtörtek és többszöröseik megnevezése, megjelenítése, jelölése. Törtek összehasonlítása tapasztalati alapon. Egyenlő törtek felismerése, az egyenlőség értelmezése, magyarázata. Mennyiségek mérése az egység törtrészeivel.

A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
<p>Helyes képzele van az egyszerű, kis nevezőjű törtokról:</p> <ul style="list-style-type: none"> – meg tudja jeleníteni a legegyszerűbb (kis nevezőjű) egységtörteket és többszöröseiket különféle mennyiségekkel, többféle egységválasztással (színesrúddal, papírcsík, papírlap hajtogatásával törtkorong-készlettel, téglalapok színezésével...); – összeméréssel, méréssel tudja olvasni adott mennyiség mérőszámát, ha ez egyszerű egységtört, vagy ennek többszöröse (egyenlő részekre osztott ábra beszínezett részének leolvasása...); – ismeri az egységtörtök és az egész viszonyát (pl. tudja, hogy 3 harmad az 1 egész); – fel tudja használni a modelleket tört számok összehasonlítására, különféle alakú egyenlő tört számok keresésére (törtök bővítése, egyszerűsítése pl. törtes mozaik segítségével); – felismeri a törtet a gyakorlati életben is (tudja, hogy negyed liter tej az körülbelül egy bögrényi, fél kilogramm kenyér, negyed kiló sajt az körülbelül mekkora mennyiség; tudja, hogy egy tanítási óra 3 negyed óra...). 	<p>Ismeri a tized, század fogalmát.</p> <p>Ismereteit tudja alkalmazni a mértékrendszerek mértékegységei közti kapcsolatok megállapításában is.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Tudja, hogy a tized méter az 1 dm, a század méter az 1 cm; a tized liter az 1 dl, a század kilogramm az 1 dkg. <p>1-nél kisebb pozitív kis nevezőjű törteknek becsléssel meg tudja keresni a helyét számenyenesen, becslését tudja ellenőrizni eszközhasználattal (pl. papírhajtogatással).</p>	<p>Tud következtetni</p> <ul style="list-style-type: none"> – alkalmas modell választásával törtrésről egészre (pl. ha adott a 2 harmad, elő tudja állítani az egészet); – számok törtrészére (pl. meg tudja állapítani a 240 km hosszú út 2 harmad részét).

9. FEJEZET	<i>Cím</i>	GEOMETRIA, MÉRÉS
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	24 óra
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Egységekkel kirakott területek, térfogatok meghatározása az egységek számlálásával.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Síkidomok területének, testek térfogatának, szögek nagyságának becslése, összehasonlítása, mérése.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Tájékozódás síkban, térben.
	Rendszerezés, kombinativitás	A téglatest, kocka, téglalap, négyzet, gömb, kör tulajdonságainak rendszerezése. A téglatest és a kocka fogalmak viszonya; a téglalap és négyzet fogalmak viszonya.
	Induktív és deduktív lépések	Hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának meghatározása. Transzformációkkal létrehozott sík- és terülő minták vizsgálata, melyik hogyan készülhetett.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Szabad alkotások térben, síkban: Térbeli építések testekből, síklapokból, élváz-építőkből; síkbeli alkotások (kirakás, nyírás, tépés, hajtogatás) lapokból, pálcákból (pl. szívószálból) és rajzolás szabadkézzel hálón, pontrácson, vonalzóval, sablonhasználattal, körzővel: szabadon.</p> <p>Térbeli, síkbeli alkotások: másolás modell alapján a mintáéval azonos, nagyított, kicsinyített, illetve nem hasonló elemekkel. Az egybevágóság és a hasonlóság fogalmának intuitív alapozása (alakazonosítás, megkülönböztetés).</p> <p>A nagyított testek megépítése az eredeti elemekből is. <i>A távolságok azonos arányú változásának megfigyelése.</i></p> <p>Síkbeli nagyítás az eredetivel azonos hálón, leszámllással rajzban, az alak megmaradásának megfigyelése. Nyújtás, zsugorítás, torzítás ellenpéldaként.</p> <p>Néhány tulajdonság és reláció tudatosítása: görbült, síkbeli, szögletes, konvex, lyukas, üreges, tömör, sokszög, szimmetria, oldalak, szögek egyenlősége, lapok, élek párhuzamossága, merőlegessége. A téglatest, kocka, téglalap, négyzet, gömb, kör tulajdonságainak vizsgálata, tudatosítása és rendszerezése.</p>	

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

Testek, síkidomok szétválogatása különféle tulajdonságaik szerint.

Feltételek szerinti alkotások: Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat előállítása, megkülönböztetése; egyszerű esetekben az összes lehetséges alkotás keresése csoportos vagy egyéni munkával. Testek hálójának kiterítése.

Testek tükörképének, eltolt képének, elforgatottjának megépítése, kirakása, síkidomok tükörképének rajzolása másolópapír segítségével, a sík mozgatásával. Két transzformáció végrehajtása egymás után.

Síkban sor- és síkminták, parkettaminták kirakása, rajzolása (az egybevágósági transzformációk alkalmazásával), színezése (szimmetriatulajdonságok szerint). Ilyen minták vizsgálata, ellenőrzése, melyik hogyan készülhetett. A követett szabály megfogalmazása, bemutatása.

Mérések, becslések alkalmi egységek kirakásával, skálázott eszközökkel. A különféle egységekkel való mérések eredményének összehasonlítása.

Hosszúságok összemérése, mérése alkalmi és szabványos egységekkel. Méréshez kapcsolódó egyszerű következtetés a szomszédos, másod-, harmadszomszédos szabványos egységekben kifejezett mérőszámra.

Területek összehasonlítása, összemérése; területmérés: lefedés különféle alakú és méretű lapokkal. Területek meghatározása hálón való leszámolással; a téglalap területének mérése, számítása a sorok számának és az egy sorba kirakható egységek számának szorzataként. Hasonló síkidomok területének mérése.

Térfogatok összehasonlítása; mérés különféle módszerekkel: felépítés egységkockákból, doboz kitöltése egységekkel, kiszorított folyadék mérése. A téglatest térfogatának mérése.

A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség fogalmának formálása; szögmérés teljes körülfordulás-egységgel, derékszöggel, derékszög felével, harmad, negyed derékszöggel.

Útvonalak bejárása, utánzása, tudatosítása megmutatással és szóban leírt útvonal követésével, bejárt útvonal elmondásával. Ilyen útvonalak bejárása a valóságban jól ismert terep „térképén”.

Tájékozódást segítő játékok, tevékenységek: irány és távolság megadásával, vagy térkép szerint való tájékozódás udvaron, erdőben; utca, házszám és emelet alapján a lakóhelyen; sor és oszlop megadásával osztályban, sakktáblán, alakzatok rajzolása diktálás alapján; térbeli malomjáték. Tájékozódás a gömbön.

Figurák, ábrák rajzolása diktálás alapján, kész ábrák másolása irányváltoztatással vagy a rács méretének megváltoztatásával, torzítása adott irányú nyújtással, vagy ferde rácsra másolással.

<p>ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK</p>		<p>Geometria</p> <p>a) A megismert geometriai tulajdonságok és relációk tudatosítása (térbeli, síkbeli és adott más felülethez tartozó alakzatok megkülönböztetése; görbült, szögletes; lyukas, lyukatlan; üreges, tömör; sokszög és nem sokszög; konvex, nem konvex; szimmetriák; alakzatok egybevágósága, hasonlósága (globális látványként), lapok, élek párhuzamossága, merőlegessége;</p> <p>b) Testek alkotása testekből és lapokból; néhány testháló kiterítése, megalkotása. <i>Élvázak alkotása. Lapok, élek csúcsok számlálása a megalkotott testen; összefüggés keresése; lapok kölcsönös helyzete, (szomszédos, szemközti, metsző, merőleges, párhuzamos), egybevágósága; élek kölcsönös helyzete, egyenlőségük. Téglatest, kocka, gömb; alapvető tulajdonságaik. Síkidomok alkotása mozaiklapokból, hajtogatással, hálón, pontrácson való rajzolással, sablonnal, vonalzóval, körzővel való rajzolás. Síkidom, sokszög, háromszög, négyszög, ötszög... Téglalap, négyzet, kör; alapvető tulajdonságaik. Oldalak, csúcsok, átlók, szög (mint alakzat), derékszög. Oldalak kölcsönös helyzete, egyenlősége; szögek összehasonlítása.</i></p> <p>c) Néhány alakzat felismerése, szakszerű megnevezése és jellemzése a tudatosított tulajdonságok és viszonyok alapján (téglatest, kocka, gömb, téglalap, négyzet, kör)</p> <p>d) Hasonlóság és egybevágóság a térben és a síkon (alak-, illetve alak- és méretazonosság); hasonlósági transzformációk végzése hasonló elemek használatával <i>és hosszúságok többszörözésével, osztásával</i>; egybevágósági transzformációk végzése a tér és a sík mozgásával, valamint tükrözéssel</p> <p>e) Téri tájékozódás; irány, szomszédosság és távolság; köznapi koordináták; <i>tájékozódás térképen; tájékozódás a gömbön</i></p> <p>f) Méretes geometriai tulajdonságok és mérésük (hosszúság, terület, térfogat és szög). A szabványos hosszúságegységek nagysága; viszonyuk.</p>
<p>MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)</p>	<p>Cím</p>	<p>7. Szorzás, osztás fejszámolással. A hasonlóság fogalmának intuitív alapozása. Területek összehasonlítása, összemérése; területmérés.</p> <p>8. Nagyítás, kicsinyítés. Térfogatok összehasonlítása; mérés.</p> <p>12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség.</p> <p>13. Alkotások térben, síkban</p> <p>14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai. Tükrözés, eltolás síkban. Elforgatás. Parkettamin-ták tervezése; szimmetria-tulajdonságok.</p> <p>18. Alakzatok és tulajdonságaik</p> <p>21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék</p>
<p><i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i></p>		<p>24 óra</p>

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	Téglalapok, illetve téglatestek egységgel való kirakását felhasználjuk számok szorzatra bontásánál, az osztók keresésénél. Ezért közvetve kapcsolódik a számtulajdonságokkal foglalkozó modulokhoz. 17. Írásbeli osztás egyjegyű osztóval.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Alkotások, megfigyelések, összehasonlítások, válogatások segítik kiemelni az alakzatok tulajdonságait.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A tapasztalatszerző tevékenységeket sokféle eszközzel végzik a gyerekek többnyire páros vagy csoportmunkában.
	<i>Értékelés módja</i>	Szöveges értékelés az egyéni aktivitás alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A gyengébb motorikus képességgel rendelkező tanulót ügyes, empátikus társ segíti.
KÖVETELMÉNYEK		Jó gyakorlottságot ér el a térbeli és síkbeli alkotásokban, képes adott feltételnek megfelelő alkotást létrehozni. Tud alakzatokat összehasonlítani összképük alapján különféle helyzetükben: egybevágóság és hasonlóság szerint azonosítani, megkülönböztetni; és néhány egyszerű, megnevezhető, az alakzat részeinek tulajdonságai alapján rámutatni a különbözőségekre. Ismeri a téglatest, kocka, téglatest, téglalap legfontosabb tulajdonságait, a téglatest és kocka, a téglalap és kocka fogalmak egymáshoz való viszonyát. Képes alakzat tükörképét, eltolt képét, elforgatottját előállítani kirakással, megépítéssel, a sík mozgatásával. Létre tud hozni adott egyszerű alakzathoz hasonlót (ugyanolyan alakút) építéssel, kirakással, nagyított, kicsinyített elemekkel és az eredetivel egybevágó elemekkel is, és ezeket meg tudja különböztetni a nyújtott, zsugorított, torzított alakzattól. Biztonságosan tájékozódik az iskola környékén és a lakóhelyen; egyszerű térképeken. Tud hosszúságokat, területeket, térfogatokat, szögeket összehasonlítani, összemérni, alkalmi egységekkel becsülni, meg- és kimérni.

A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Jól tájékozódik saját lakóhelyén. – <i>Bejárt terepen; bejárt útvonalon visszatalál adott helyre.</i> – <i>Megtalál házat adott utca és házsám alapján.</i>		
Tud tájékozódni a térben, síkon. Jól tájékozódik ismeretlen helyen szavakkal adott információk szerint; érti az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket. – <i>Ismeri a jobbra, balra, előre, hátra, elé, mögé, fenn, lenn, fölé, alá, mellette, mellé, közöttük, közéjük, vízszintes, függőleges, ferde szavak jelentését, és helyesen alkalmazza ezeket a kifejezéseket.</i>	Megtalál pontot síkban, egyszerű térképen, négyzethálón két független adat segítségével. – <i>Könyv adott oldalán a harmadik sor hetedik betűjének megkeresése.</i> – <i>Sakktáblán a C3 helyen álló figura indítása és vezetése az E5-re.</i> – <i>Térképen két adott utca kereszteződésének megkeresése.</i>	Megtalál pontot síkban, egyszerű térképen, négyzethálón, gömbön két, térben három független adat segítségével. – <i>Adott helytől északkeletre keresi a 200 m-re levő pontot (a térképarány figyelembevételével).</i> – <i>Földgömbön tájékozódik a hosszúsági és szélességi körök szerint.</i> – <i>Ismeretlen helyen tájékozódik utca, házsám és lakásszám (emelet és ajtó-szám) szerint.</i> Tud másoknak elegendő információt adni kersett helyre vonatkozóan térben, síkban. Tájékozódik a gömbön.
Testekből, síklapokból képes alkotni testeket saját fantázia szerint. (Építés, lapok összeragasztása) Síklapokból nyírással, hajtogatással, lapok összeillesztésével, pálcák (pl. szívószálak) összefűzésével képes új síkidomokat alkotni saját fantázia szerint.	Lapjaiból összeragasztott egyszerű testet síkba ki tud teríteni; ez alapján képes egyszerű testhálót alkotni. – <i>téglatest, kocka, egyszerű gúla testhálóját megtervezi, testté összeállítja</i> – <i>néhány összeillesztett lapot testhálóvá kiegészít</i>	
Képes síklapokból sormintát, síkmintát, parkettamintát létrehozni saját fantázia szerint.	Többféle szabályú parkettamintát is létre tud hozni adott, választott síkidom felhasználásával.	Képes különféle parkettaminták készítésében követett szabályok bemutatására, megfogalmazására.

<p>Képes testeket, síkidomokat azonosítani és megkülönböztetni alak, méret és építő-részek elhelyezkedése alapján.</p> <p>– Képes lemásolni testekből épülő építményt, síkidomokból készített síkbeli kirakást a mintáéval megegyező elemekből.</p> <p>– Tud folytatni sormintát, egyszerű síkmintát, parkettamintát; tudja a benne levő szimmetriákat követni.</p> <p>Felismeri az alak, a méret és az állás változását; tudja korrigálni tévedését.</p>	<p>Képes testeket, síkidomokat azonosítani és megkülönböztetni alak és méret alapján az építőelemektől függetlenül is.</p> <p>– Képes lemásolni testekből épülő építményt, síkidomokból készített síkbeli kirakást a mintáétól eltérő elemekből is.</p> <p>– Tud hálón, pontrácson látható mintát lemásolni azonos típusú hálóra, pontrácsra.</p>	<p>Adott test, síkidom azonosítása:</p> <p>– Képes testekből, síkidomokból, élőváz-építőkből épülő testet lemásolni.</p> <p>– Formát, mintát ki tud rakni mozaiklapokból (pl. Tangram).</p>
<p>Van szemléletes képe a pont, vonal, felület, síkidom, sokszög, test fogalmáról. (A megfelelő szavak beépültek passzív szókincsébe.)</p>		<p>A pont, vonal, felület, síkidom, sokszög, test szavakat helyes tartalommal használja.</p>
<p>Ismer, és szétválogatásokkal képes kiemelni néhány geometriai tulajdonságot.</p> <p>– Térbeli alakzatokra: lyukas – nem lyukas; konvex – nem konvex; csak síklapokkal határolt – nemcsak síklapokkal határolt; síkra tükrös – síkra nem tükrös.</p> <p>– Síkbeli alakzatokra: lyukasság; konvexség; sokszög, oldalak száma, tükrösség</p>	<p>Ismer, és szétválogatásokkal, összehasonlításban szavakkal megnevezve is képes kiemelni néhány geometriai tulajdonságot.</p> <p>– Térbeli alakzatokra: Lyukas – nem lyukas, konvex – nem konvex (nincs beugró része, vagy van); tömör – üreges; szögletes – nemcsak síklapjai vannak; vannak párhuzamos lapjai – nincsenek; vannak merőleges lapjai, élei – nincsenek;</p> <p>– Síkbeli alakzatokra: lyukasság; konvexség; sokszög, oldalak száma (háromszög, négyszög, ötszög...), téglalap, négyzet, kör; tükrösség, más szimmetria (hányféleképpen illeszthető rá a rajzára?)</p>	<p>Geometriai tulajdonságokkal képes alakzatokat jellemezni.</p>
<p>Ismer, és szétválogatásokkal képes kiemelni néhány geometriai relációt:</p> <p>– Térbeli alakzatokra: lapok, élék párhuzamossága, merőlegessége,</p> <p>– Síkbeli alakzatokra: oldalhosszak egyenlősége, oldalak párhuzamossága, merőlegessége,</p>	<p>Ismer, és szétválogatásokkal, összehasonlításban szavakkal megnevezve is képes kiemelni néhány geometriai relációt:</p> <p>– Térbeli alakzatokra: lapok, élék párhuzamossága, merőlegessége, lapok egybevágósága, élék egyenlősége</p> <p>– Síkbeli alakzatokra: oldalhosszak egyenlősége, oldalak párhuzamossága, merőlegessége, szögek egyenlősége</p>	<p>Összetettebb ábrán, alakzaton is tud merőleges és párhuzamos szakaszokat találni.</p>

<p>Van szemléletes képe arról, hogy mit nevezünk a (szögletes) test lapjának, élének, csúcsának, sokszögek oldalának, csúcsának, átlójának.</p>	<p>Egy testen felismeri, hogy milyen lapok határolják. Meg tudja mutatni az éleit, csúcsait. Összeméri sokszögek oldalait (hajtogatással, papírcsíkra másolással), szomszédos szögeit összehajtással.</p>	<p>Képes számba venni egyszerű szögletes testek lapjait, éleit, csúcsait.</p>
<p>Isméri a következő alakzatokat és nevüket: téglatest, kocka, gömb; háromszög, négyszög, ötszög..., téglalap, négyzet, kör; szög, derékszög; és ezeknek megfelelő alakzatokat létre tud hozni, meg tud mutatni, ki tud választani. – <i>téglatest, kocka megépítése,</i> – <i>téglalap, négyzet más síkidomokkal való kirakása, négyzethálón való rajzolása</i> – <i>derékszög hajtogatása</i> – <i>körvonal rajzolása körzővel</i> – <i>gömb gyurmázása</i> Meg tudja fogalmazni, és be tudja mutatni a négyzet és téglalap néhány alaptulajdonságát: oldalak száma, szomszédos oldalak merőlegessége, szemközti párhuzamossága, egyenlősége, tengelyes szimmetriák</p>	<p>Meg tudja mondani egy síkidomról, mely tulajdonsága alapján nem mondható sokszögnek, háromszögnek, négyszögnek..., négyzetnek, téglalapnak. – <i>Pl. nem sokszög, mert van görbe határoló vonal darabja is.</i> – <i>Nem háromszög, mert egyik helyen körív van rajta.</i> – <i>Nem négyszög, mert két vonal darab keresztezi egymást.</i></p> <p>Meg tudja fogalmazni, és értelmezi a négyzet és téglalap legfontosabb alaptulajdonságait: oldalak száma, egymáshoz viszonyított helyzete, nagyságviszonyai, szögek egyenlősége, átlók egyenlősége, tengelyes és forgatási szimmetriái Tudatosan, pontosan használja a téglatest, kocka, gömb szakszavakat. Egyes tulajdonságok kiemelésével be tudja mutatni, hogy egy adott test miért nem lehet téglatest, kocka. – <i>Pl. nem mindegyik lapja téglalap.</i> – <i>A lapok nem mind merőlegesek a szomszédos lapokra</i> – <i>Nem 6 lapja van...</i></p>	<p>Meg tudja mondani a sokszögeket, háromszögeket, négyszögeket..., a négyzetet, a téglalapot meghatározó legfőbb tulajdonságokat. – <i>Sokszög: szakaszokkal határolt síkidom</i> – <i>háromszög: három szakasszal határolt síkidom; négyszög: négy oldalú sokszög...</i> – <i>négyzet: olyan négyszög, amelynek minden oldala és minden szöge egyenlő</i> – <i>négyzet: olyan téglalap, amelynek minden oldala egyenlő</i> – <i>négyzet: olyan négyszög, amely átlóira és oldalfelezőire is tükrös</i> – <i>téglalap: olyan négyszög, amelynek minden szöge egyenlő</i> – <i>téglalap: olyan négyszög, amely tengelyesen tükrös mindkét oldalfelezőjére</i></p> <p>Fel tudja sorolni a téglatest, kocka néhány fontos tulajdonságát, és értelmezi ezeket: lapok alakja, száma, kölcsönös helyzete, szemközti egybevágósága (kockánál mindegyik lapé), élék száma, mérete, kölcsönös helyzete, szimmetriák</p>

<p>Egyszerű rajzolásban tudja használni a sablont, vonalzót, körzőt.</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>Sablon használata sordísz, egyszerű síkminta alkotásához.</i> – <i>Vonalzó használata aláhúzásra; táblázat készítésére; adott két ponthoz illesztés; megtervezett sokszög rajzolása, hosszúságmérés.</i> – <i>Körzőzés szabad alkotásban, másolásban.</i> 		<p>Elő tud állítani derékszöget derékszögű vonalzóval, és négyzethálón való lépegetéssel „ferde” helyzetben is.</p>
<p>Alkotásában tudja követni a szóban adott feltételt, felismeri egy alkotásban, ha az nem felel meg a feltételnek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>a fent felsorolt egy-egy tulajdonság teljesülése,</i> – <i>a fent felsorolt egy-egy reláció teljesülése,</i> – <i>a felhasználható elemek száma, fajtája,</i> – <i>méretes tulajdonságok (pl. alakzatok a négyzethálón adott „kerítés”-hosszal)</i> <p>Képes szétválogatni megnevezett geometriai tulajdonság szerint gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat.</p>	<p>Alkotásában tudja követni a szóban adott feltételeket; képes adott feltételek szerint több különféle alkotást létrehozni, meg tudja fogalmazni az alkotásai közti különbözőséget;</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>adott számú rózsaszín rúdból létre tud hozni többféle tükrös és többféle nem tükrös építményt,</i> – <i>adott téglalapokból válogatva létre tud hozni különféle téglatesteket,</i> – <i>hálón, pontrácson, „üres” lapon rajzzal is létrehoz adott tulajdonságú háromszögeket, négyszögeket, tükrös alakzatokat, adott kerületű, adott területű sokszögeket...</i> <p>Meg tudja állapítani hibás alkotásról, hogy mely feltételnek nem felel meg.</p>	<p>Egyszerű esetben megtalálja az összes, adott feltételnek megfelelő alkotást. További feltétel megkötése után kiválasztja a még mindig megfelelőket.</p> <p>Gömbön képes szóban adott feltétel szerint alkotni.</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>tud rajzolni gömbi kétszöget, gömbi háromszöget, gömbi négyszöget, gömbi kört, háromszöget, amelynek három derékszöge van</i> – <i>főköörökkel határolt alakzatokat...</i>
<p>Jó szemléletes képe van az egybevágóságról és a hasonlóságról.</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>Azonos és tükrös helyzetben is felismeri az „ugyanolyan alakú és ugyanakkora” alakzatokat térben, síkban.</i> – <i>Nagyobb eltéréseket felismer, kiemel.</i> – <i>Képes az eredetivel egybevágó alakzatot létrehozni az eredetiével azonos elemekből.</i> – <i>Megkülönbözteti az ugyanolyan alakút a hosszúkásabb, tömzsibb, ferdébb (nyújtott, zsugorított, torzított) formától is.</i> 	<p>Jó szemléletes képe van az egybevágóságról és a hasonlóságról.</p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>Azonos, tükrös és elforgatott helyzetben is felismeri az „ugyanolyan alakú és ugyanakkora” alakzatokat térben, síkban.</i> – <i>Nagyobb eltéréseket felismer, kiemel</i> – <i>Képes az eredetivel egybevágó alakzatot létrehozni az eredetiétől eltérő elemekből is.</i> <p>Meg tudja fogalmazni a hasonlóság és az egybevágóság szemléletes tartalmát. Tudja, hogy az egybevágó alakzatok egyben hasonlóak is.</p>	

<p>Tükörhasználat segítségével meg tudja építeni, ki tudja rakni egyszerűbb alakzatok tükörképét; képes tükörhasználatlall ellenőrizni megépített, kirakott, rajzolt tükörképet, hibáját felismeri.</p> <p>– tükörös testekhez megtalálja a tükörképének helyét, helyzetét a ténylegesen ott álló tükör mögött</p> <p>– megtalálja építmények között, egyszerű mintákon a tükör (tükrök) helyét</p>	<p>Képes egyszerű alakzat (síkra, tengelyre vonatkozó) tükörképét elképzelés szerint létrehozni (megépíteni, kirakni, hálón megrajzolni), munkáját tükörhasználatlall ellenőrizni, hibáját javítani.</p> <p>– tükörös testekhez megtalálja a tükörképének helyét, helyzetét,</p> <p>– nem tükörös testek tükörképének létrehozásához felismeri annak szükségességét, hogy azt át kell építenie</p> <p>– megtalálja a tükörsíkok, tükörtengelyek helyét</p> <p>Síkban képes elvégezni a tükrözést a sík átfordításával.</p>	<p>Képes a síkra vonatkozó tükrözést elképzelés alapján létrehozni; a képpontokat, képszakaszokat, kép-építményrészeket az eredetijüknek megfeleltetni.</p> <p>Képes síkban a tengelyre vonatkozó tükrözést a sík mozgatásával elvégezni, a tükrözés legfontosabb tulajdonságainak szavakba öntött tudatosításával.</p> <p>(Pl. síkban: a tengely képe a tengelyre kerül, annak minden pontja helyben marad, a két félsík felcserélődik, minden pont és a képe egyenlő távol van a tengelytől, „egymással szemben”.)</p>
<p>Megkülönbözteti az alakzat tükörképét az eltolt képétől</p> <p>– Ki tudja választani parkettamintán az azonos állású és a tükörös helyzetű formákat.</p>	<p>Képes egyszerű alakzatok eltolt képét megalkotni; az eltolt képet és a tükörképet tudatosan megkülönbözteti egymástól.</p> <p>– Építeni, rajzolni tud sormintát, egyszerű síkmintát tükrözésekkel, eltolásokkal (pl. sablon segítségével).</p> <p>– Eltolás után megalkotja az eltolást jellemző irányított szakaszt.</p>	
	<p>Felismeri kész mintában adott alakzat elforgatottját.</p> <p>Képes a sík mozgatásával elforgatást végrehajtani.</p>	<p>Képes a sík mozgatásával elforgatást végrehajtani; alakzathoz és elforgatottjához próbálgatással közelítőleg megtalálja a forgatás középpontját.</p>
<p>Nagyított, kicsinyített elemekből meg tudja alkotni építmények, síkalakzatok nagyított, kicsinyített képét. Ellenőrzi az alakazonosságot.</p>	<p>Képes térben, síkban nagyítást, kicsinyítést elvégezni nagyított, kicsinyített elemekkel, eredeti elemekkel (ugyanakkora kockákkal, ugyanazon a négyzethálón...). Felismeri az alak változatlanóságát, változását, és ennek megfelelően javítja saját munkáját.</p>	<p>Képes egyszerű nagyítást, kicsinyítést elvégezni mérés segítségével is.</p>

<p>Ismeri, és helyesen alkalmazza a hosszúság szabványos mértékegységeit, amelyek a mindennapi életben előfordulnak. Jó képe van róluk. Tudja ezeket összehasonlítani: melyik kisebb, melyik nagyobb; ismerje az alapegységhez való viszonyukat és a szomszédos egységek arányát.</p> <p>Tudja, hogy ugyanazon mennyiséget kisebb egységgel mérve nagyobb mérőszámot kapunk.</p> <p>Tud megbecsülni hosszúságot a megválasztott egység nagyságának felidézése alapján. Becslését tudja méréssel ellenőrizni, a hibát megállapítani.</p> <p>Tud hosszúságot (kerületet is) mérni alkalmi és szabványos egységekkel. Helyesen használja a mérőszalagokat.</p>	<p>Képes elvégzett mérés eredményéről következtetni szomszédos egységben kifejezett mérőszámra.</p>	<p>Képes mérés eredményéről következtetni szomszédos, esetleg másod-, harmadszomszédos egységben kifejezett mérőszámra a gyakorlati igényeknek megfelelően.</p>
<p>Tud területeket összehasonlítani, összemérni; meg- és kimérni lefedéssel, háló szemeinek leszámlálásával.</p>	<p>Tud területet mérni (egységekből való kirakással, háló szemeinek leszámlálásával); egyszerű téglalap területét ki tudja számítani az egységek kirakásának elkezdése, illetve elképzése alapján.</p>	<p>Gyakorlott a területmérésben</p>
	<p>Tud térfogatot mérni a tanult módokon (megépítéssel, kitöltéssel, kiszorított folyadék űrtartalmának mérésével).</p>	<p>Gyakorlott a térfogatmérésben</p>
<p>Tud szögeket saját test elfordulásával „lemásolni”. Tud szögeket összemérni egymással és a hajtogatott derékszögmérővel.</p>	<p>Tud szöget mérni hajtogatott derékszögmérővel, derékszög felével, negyedével.</p>	

10. FEJEZET	<i>Cím</i>	RELÁCIÓK, FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	9 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Növekvő és csökkenő számsorozatok állandó különbséggel az ezres körben. Állandó különbségű és állandó hányadosú sorozatok képzése.
	Mennyiségi összehasonlítás Beclés, mérés, valószínűségi következtetés	Időtől függő mennyiségek alakulásának vizsgálata (út-idő függvény egyenletes sebességű, egyenes vonalú mozgásnál és változó sebességű mozgásnál; teljesítmények jellemzése) Összefüggések felismerése mért adatok között. Tapasztalatok gyűjtése a négyzetszámokról. Tapasztalati függvények; tapasztalatok gyűjtése az egyenes arányosságról. Hasonló testek hosszmeretei és térfogata közti kapcsolat; ismerkedés köbszámokkal. Mennyiség, egység és mérőszám közti összefüggés tudatosítása a különféle mennyiségek méréséhez kapcsolódva.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Függvényre vezető szöveges feladatok megoldása.
	Rendszerezés, kombinativitás	Egyenes arányosság és egyéb lineáris függvények jellemzése az egyenletes változással; ábrázolás; leírás nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal.
	Induktív és deduktív lépések	Összefüggés-felismerés és kifejezés sorozatokban, táblázatokban.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

Elemek közti kapcsolatok kifejezése különféle, megismert módokon (szétválogatás, sorba rendezés, párokba rendezés, nyíldiagram és táblázat készítése, kiegészítése, ábrázolás párhuzamos számegyenes-páron; összekapcsolás vonallal, nyíllal, a $<$, $>$, $=$, \neq , \approx , \leq , \geq , jelek használata). Adott alaphalmazon az összes ilyen relációban levő elempár megkeresése. A kapcsolat kifejezése általános összefüggésként nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal.

A kapcsolat „megfordítása”: a megcserélt párok kapcsolatának kifejezése. A megfordított kapcsolat megfogalmazása szavakkal.

Egyszerű következtetések az elemek között fennálló további kapcsolatokra (a szimmetria és az átszállíthatóság megsejtése; a reláció tagadása, családkapcsolatok, számok közti relációk összetétele).

Számsorozatok készítése gyűjtött adatokból, adott szabály szerint, táblázatok kiegészítése adott összefüggés szerint.

Sorozat lehetséges szabályainak felismerése néhány tagjából, ehhez a különbségsorozat felhasználása; a sorozat folytatása, kiegészítése, a folytatás szabályának megfogalmazása. A szabály érvényességének ellenőrzése az elemek behelyettesítésével.

Számsorozatok különbségsorozatának, hányados-sorozatának felírása; növekedés, csökkenés kifejezése, egyenletes és változó különbségek figyelése. A sorozat növekedési sebességének megfigyelése.

Gépjátékok: táblázatba gyűjtött párok, hármasok közti azonos összefüggések felismerése, a táblázat kiegészítése, folytatása. A talált általános összefüggés kifejezése szavakkal; nyitott mondatokkal, nyíljelöléssel leírt összefüggések kiválasztása, alkotása, ellenőrzése.

Táblázatok bemenő adatainak növekvő sorrendbe rendezése, a kijövő adat változásának megfigyelése. A függvényértékek változásának, a változás egyenletességének, egyenletlenségének megfigyelése.

Gépek megfordítása; a megfordított gép szabályának keresése, tudatosítása.

Gépek összekapcsolása; annak megfigyelése, hogy a működés szabálya függhet az összekapcsolás sorrendjétől. Összetett szabályú gép helyettesítése két egyszerű gép összekapcsolásával.

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Relációk, függvények, sorozatok</p> <p>a) Tapasztalati függvények, sorozatok készítése, elemzése megfigyelt, gyűjtött, számlált és mért adatokkal; ilyenek ábrázolása; visszaolvasása, jellemzése. Függvények, sorozatok készítése szituációban, szöveges feladatban, geometriai vagy egyéb matematikai jelenségben adott kapcsolathoz (pl. mozgás jellemzése mért adatokkal; sokszög átlóinak számlálása; poliéderek lapjai, csúcsai és élei közti összefüggés keresése; szöveges feladatban adott viszony feltárása számpárok gyűjtésével; hasonló alakzatok megfelelő szakasz-párjainak hossza közti összefüggés...)</p> <p>b) Sorozatban, táblázatban megadott adatpárok, adathármasok közti összefüggések, viszonyok keresése, kifejezése a sorozat, táblázat kiegészítésével, szavakkal, nyíljelöléssel, nyitott mondatokkal; a felismert összefüggés („szabály”) ellenőrzése behelyettesítéssel.</p> <p>c) <i>Néhány tulajdonság megfigyelése, amellyel egy számsorozat, szám-szám függvény jellemezhető (monotonitás, növekedés, csökkenés, egyenletes, gyorsuló, lassuló változás, periodikusság; a lineáris függvények egyenletes változásának és a szabályát leíró nyitott mondatnak a kapcsolata).</i></p>
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	Cím	<p>4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejszámolás ezresekre kerekített értékekkel</p> <p>11. Egész számok</p> <p>12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség.</p>
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	9 óra + folyamatos

ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantervi modulok</i>	<p>A relációk, függvények, sorozatok témakör fogalmait eszközként minden témakörben felhasználjuk, így szinte minden modullal kapcsolata van a modulnak.</p> <p>2. Számlálás, számolás kerekített értékekkel.</p> <p>3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel</p> <p>5. Fejlesztés a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben. Az összeadás és a kivonás monotonitása.</p> <p>6. Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenségek.</p> <p>7. Szorzás, osztás fejlesztésével. A hasonlóság fogalmának intuitív alapozása.</p> <p>Területek összehasonlítása, összemérése; területmérés.</p> <p>8. Nagyítás, kicsinyítés. Térfogatok összehasonlítása; mérés.</p> <p>14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai. Tükrözés, eltolás síkban, Elforgatás, Parkettamin-ták tervezése; szimmetria-tulajdonságok.</p> <p>15. Írásbeli szorzás. Nyitott mondat megoldása tervszerű próbálgatással.</p> <p>19. Szöveges feladatok</p> <p>20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek.</p>
	<i>Más műveltségterületi kap- csolódási lehetőségek</i>	<p>NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás.</p> <p>Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.</p>
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Sokféle, változatos kapcsolat megismerése alapozza az összefüggésfelismerő-képességet. A tanulók által megfogalmazott kapcsolat „jóságát” az dönti el, hogy a megadott elempárok, elemhármasok mindegyikére érvényes.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	Az összefüggés felismerése többféle módon segíthető. Például: válogatással, rendezéssel, újabb elempárok megadásával...
	<i>Értékelés módja</i>	Az ötletesség kiemelésével.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Differenciálhatunk eszközhasználatban és a segítségnyújtás mértékében.

KÖVETELMÉNYEK	<p>Felismer elemek közt fennálló kapcsolatokat valóságos helyzetekben és elvontabb adatok között. Ezeket ki tudja fejezni különféle módokon.</p> <p>Tud folytatni adott szabályú sorozatokat, kiegészíteni adott szabályú táblázatokat, tudja ellenőrizni adott vagy talált (megsejtett) szabály érvényességét.</p> <p>Talál összefüggéseket számlálással, méréssel gyűjtött vagy adott elemek sorozatában, táblázatában, ezt ki tudja fejezni szóban, nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal.</p> <p>Tudja képezni számsorozatok különbség- és hányados-sorozatát, s ezzel jellemezni a sorozat „menetét”.</p> <p>Képes kifejezni egyszerű szabály inverzét (a megfordított gép szabályát) táblázat segítségével.</p>	
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
Megfigyelt, számlált, mért adatokat képes sorozatban, táblázatban feljegyezni, ezekből adatokat visszaolvasni.	Képes tapasztalati függvények, sorozatok készítésére, elemzésére megfigyelt, gyűjtött, számlált és mért adatokkal. Alapvető összefüggéseket felismer mért adatok között.	
Képes egyszerű függvényre vezető szöveges feladat megoldásához alkalmas modellt keresni. – <i>Két zsebemben összesen 50 Ft van. Mennyi lehet a bal és a jobb zsebemben külön-külön? (Táblázat)</i>		Alkalmas modell keresésével megold több feltételt tartalmazó függvényre vezető szöveges feladatokat. – <i>Egy ketrebben nyulak és fácánok vannak, 12 fejük és 38 lábuk van. Hány nyúl, és hány fácán lehet a ketrebben?</i>
Szavakkal, helyzettel adott összefüggést, kapcsolatot, viszonyt ki tud fejezni különféle módokon: elemek összekapcsolásával, nyíllal, a $<$, $>$, $=$, \neq , \approx , \leq , \geq jelek használatával, szétválogatással, sorozatba rendezéssel, táblázatba rendezéssel.	Ki tudja fejezni adott kapcsolat, viszony „megfordítását” szavakkal.	Adott alaphalmazon az összes relációban levő elempárt megkeresi. A kapcsolatot kifejezi általános összefüggésként nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal. Egyszerű következtetéseket végez az elemek között fennálló további kapcsolatokra (a szimmetria és az átszállíthatóság megsejtése; a reláció tagadása, családkapcsolatok, számok közti relációk összetétele).

<p>Helyesen, önállóan tud táblázatot folytatni szavakkal, formulával (nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal) adott szabály szerint. <i>Például:</i> – A gép a bedobott értékhez hozzáad százat. Töltsd ki a táblázatot! – $\square + \blacktriangle = 50$ – $\square \approx \blacktriangle$</p>	<p>Felismer összefüggéseket táblázat adott elempárjai, elemhármasai, számpárjai, számhármasai között; ezt kifejezi a sorozat, táblázat különféle folytatásaival, kiegészítésével.</p> <p>Megfogalmazott, jelekkel kifejezett összefüggés érvényességét ellenőrzi a táblázat elempárjainak, elemhármasainak behelyettesítésével. Cáfolatként keres ellenpéldát.</p> <p>Képes a megtalált általános összefüggést megfogalmazni szavakkal, esetleg nyíl-jelöléssel, nyitott mondattal; ezeket önállóan tudja ellenőrizni az adatok behelyettesítésével.</p>	
<p>Felismeri az egyszerű (egy művelettel megadható szabályú) gép megfordításával nyert gép szabályát.</p>		
<p>Képes gépek összekapcsolására, érti, hogy a működés szabálya függhet az összekapcsolás sorrendjétől.</p>	<p>Tud összetett szabályú gépet helyettesíteni két egyszerű gép összekapcsolásával.</p>	<p>Két művelettel megadható összetett szabályú gép „megfordításának” is megalkotja a szabályát; behelyettesítésekkel ellenőrzi azt.</p>
	<p>Táblázatok bemenő adatainak növekvő sorrendbe rendezése során észreveszi a kijövő adat változását; megfigyeli a változás egyenletességét, egyenletlenségét.</p> <p>– <i>időtől függő mennyiségek alakulásának vizsgálata út-idő függvény egyenletes sebességű, egyenes vonalú mozgásnál;</i> – <i>változó sebességű mozgás;</i> – <i>teljesítmények jellemzése.</i></p>	
<p>Tisztában van a mennyiség, egység és mérőszám közti összefüggésekkel különféle mennyiségek méréséhez kapcsolódva.</p>		

<p>Tud néhány elemmel megadott, egyenlő különbségű, illetve egyenlő hányadosú sorozatot mindkét irányban folytatni.</p> <ul style="list-style-type: none"> – 0-tól induló ötösével növekvő számsorozat leírása. – 7000-tól induló 50-esével csökkenő sorozat képzése – a következő sorozat folytatása mindkét irányban: ..., 1080, 1260, 1440, 1620 ... – 1, 2, 4, 8, 16... 	<p>Felírja számsorozatok különbségsorozatát, hányados-sorozatát; növekedés, csökkenés kifejezése, egyenletes és változó különbségek figyelemzése.</p> <p>Felismeri néhány tagjából egy sorozatnak esetleg többféle szabályát, ehhez felhasználja a különbségsorozatot; a sorozat folytatja, kiegészíti, megfogalmazza a folytatás szabályát. Ellenőrzi a szabály érvényességét az elemek behelyettesítésével.</p>	<p>A sorozat növekedési sebességének megfigyelése, jellemzése különbségsorozattal, hányados-sorozattal, adott határ átlépésének helyével.</p>
		<p>Megért és ki tud fejezni néhány tulajdonságot, amellyel egy számsorozat, szám-szám függvény jellemezhető (monotonitás, növekedés, csökkenés, egyenletes, gyorsuló, lassuló változás, periodikusság; a lineáris függvények egyenletes változásának és a szabályát leíró nyitott mondatnak a kapcsolata)</p>
	<p>Tapasztalatot gyűjtött néhány különleges sorozatról. Ismeri ezek képzési szabályát.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Négyzetszámok – Lépcsőszámok – Köbszámok 	<p>Jó becslést ad egy sorozat „messze” lévő tagjának nagyságára, (szám)tulajdonságára.</p> <ul style="list-style-type: none"> – 130, 170, 210, ... Hány jegyű a 100. tag? – \square, \circ, \blacktriangle, \square, ... Mi lehet a 100. tag? – 25, 50, 75, ... Mire végződik a 100. tag?

11. FEJEZET	<i>Cím</i>	STATISZTIKA, VALÓSZÍNŰSÉG
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	7 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Események gyakoriságának összeszámlálása, jellemző adatok megállapítása. Átlag számítása. Relatív gyakoriságok meghatározása, összehasonlítása.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Mért adatok táblázatba rendezése, grafikonok készítése, olvasása. Események gyakoriságainak, illetve egyszerű esetekben relatív gyakoriságainak összehasonlításával a valószínűségek nagyságviszonyának becslése.
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Játékszabályok értése, követése.
	Rendszerezés, kombinativitás	Kísérletek lehetséges kimeneteleinek összegyűjtése. Kísérlet adatainak rendezése.
	Induktív és deduktív lépések	Események bekövetkezési esélyének megsejtése, oknyomozás.
AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Mért, számolt adatok lejegyzése sorozatba, táblázatba. Grafikon készítése közösen vagy egyénileg. Olvasás a kialakult sorozatról, táblázatról, grafikonról: egyenlő adatok keresése, a legkisebb, legnagyobb kiválasztása, az összes adatot együtt jellemző adat keresése, a medián, a leggyakoribb adat (módusz) és az átlag meghatározása. Közös játékok, amelyekben a véletlennek is szerepe van; stratégiák alakítása, kipróbálása, értékelése, módosítása. Kísérletek lehetséges kimeneteleinek számbavétele, az egyes események bekövetkezéseinek megfigyelése, rögzítése. Gyakorisággal, valószínűséggel kapcsolatos sejtések megfogalmazása. Kísérletek <i>tervezése</i> és végrehajtása a sejtések ellenőrzésére, <i>magyarázatok keresése a tapasztalatok okaira.</i></p>	

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK		<p>Statisztika, valószínűség</p> <p>a) Tapasztalatok gyűjtése játékokban, megfigyelésekben, kísérletekben a véletlen és a biztos megkülönböztetésére. Sejtések megfogalmazása, ellenőrzése, elméletek készítése az oknyomozás során, kipróbálása további megfigyelésekben, kísérletekben. A valószínűségek becslése és összehasonlítása tapasztalati gyakoriságok, valamint tapasztalati relatív gyakoriságok alapján.</p> <p>b) <i>Elméleti relatív gyakoriságok számítása egyszerű kombinatorikus esetekben.</i></p> <p>c) Megfigyelésekben, kísérletekben gyűjtött adatok rendezése, ábrázolása; az adatsokaságot jellemző adatok leolvasása (terjedelem, medián, módusz), átlag számítása.</p>
MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	16. Adatsokaságok gyűjtése, rendezése, ábrázolása 18. Alakzatok és tulajdonságaik. 20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek.
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	7 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztantertvi modulok</i>	<p>Szinte minden témakör lehetővé teszi, hogy fejlesszük a valószínűségi szemléletet.</p> <p>1. Számok az ezres számkörben</p> <p>4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejszámolás ezrekre kerekített értékekkel.</p> <p>6. Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenségek.</p> <p>9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során.</p> <p>17. Írásbeli osztás egyjegyű osztóval.</p>
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.
MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Kísérletekkel, játékokkal teremtünk lehetőséget a gyerekeknek a statisztika és a valószínűség alapvető fogalmainak megismerésére.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A sok kísérlet és játék mellett egyre több alkalmat teremtünk arra, hogy a gyerekek oknyomozást végezzenek.
	<i>Értékelés módja</i>	Szóbeli értékelés az okkeresésben és a véleménynyilvánításban való részvétel alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	A kísérletek, játékok során minden gyereknek adódik lehetősége sikerélményre.

<p>KÖVETELMÉNYEK</p>	<p>Adatok sorozatba, táblázatba rendezésével és grafikonszerkesztéssel képes egyszerű jelenségekről információkat gyűjteni és közvetíteni. Egyszerű adatsokaság jellemzésére értően használja a középső adatot és az adatok számtani közepét (átlagát). Kísérleti tapasztalatok alapján tud sejtéseket megfogalmazni véletlen események valószínűségének összehasonlítására vonatkozóan, és tudja összevetni sejtéseit megfigyelt és kísérletben gyűjtött adatok gyakoriságával.</p>	
<p>A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE</p>		
<p>Alapszint</p>	<p>Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint</p>	<p>Jobbakkal elérhető szint</p>
<p>Adott feltételnek megfelelő konstrukciókat létre tud hozni. – 3-4 elem sorbarendezése – Legfeljebb 6 elem közül 2-3 elem kiválasztása – A 3, 4, 5, 6 számokkal, az összeadás és szorzás műveletével alkotható számok közül minél több létrehozása – Öt négyzettel az oldalak mentén történő összeragasztással minél több alakzat előállítás. Képes a sorrendek, illetve a kiválasztott elemek, elem-párok összehasonlítására, azonosítására és megkülönböztetésére. Meg tudja ítélni, hogy a létrehozott alkotásai megfelelnek-e a feltételeknek.</p>	<p>Törekszik az összes lehetőség megkeresésére. Az alkotásai során létrehozott objektumokat elrendezi valamilyen szabadon választott rendszer szerint. Felismeri a rendszerbe nem illő, illetve azonos konstrukciókat; pótolja a hiányt, javítja a hibát.</p>	<p>Az összes eset megalkotása közben tudja követni a szóban adott feltételeket. Látja a kapcsolatot az összes lehetőség megkereséséhez használt különféle elrendezések között (pl. táblázat és fa-diagram), egyikből létre tudja hozni a másikat Elfogadja a rendszerképzés igényét, ezzel látja biztosítottnak, hogy minden esetet megtalált.</p>
<p>Felismeri az azonos alkotásokat, törekszik az esetek egyszeri kigyűjtésére – Háromszögek színezésekor észreveszi, hogy ez a két elem megegyezik:</p>	<p>Kis elemszám (10–15 elem) esetén képes az összes eset egyszeri kigyűjtésére. – 3 különböző elem lehetséges sorbarendezése – 4 különböző jellel az összes dominó elkészítése – Az 1,1,4,5 számkártyákkal az összes négyjegyű szám megalkotása Törekszik a teljességre kombinatorikus jellegű feladatok megoldásában.</p>	

<p>Képes egyszerű fa-diagramról, táblázatról az összes esetet leolvasni.</p> <p>– Az 1, 2, 3 számokkal alkotható háromjegyű számok. Ezen elrendezéséből ki tudja olvasni a számokat.</p> <table border="1" data-bbox="163 368 434 735"> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>—</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>—</td> <td>3</td> <td>—</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>—</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>—</td> <td>3</td> <td>—</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>—</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>—</td> <td>2</td> <td>—</td> <td>1</td> </tr> </table>		2	—	3	1	—	3	—	2		1	—	3	2	—	3	—	1		1	—	2	3	—	2	—	1	<p>Adott, teljes rendszert alkotó 15-20 elemet el tud rendezni táblázatosan, sorosan egyszerre két rendezési szempont szerint; tud használni hozzá táblázatot, fa-diagramot.</p> <p>Logikai készlet nagy elemeinek elrendezése többféle fa-diagramon.</p> <p>A 2, 3, 4, 5 számkártyákkal alkotható háromjegyű számok elrendezése táblázatban</p>	<p>Mások által kialakított rendszert át tud látni, s ezt ki tudja fejezni a táblázat, sorozat kiegészítésével.</p>
	2	—	3																										
1	—	3	—	2																									
	1	—	3																										
2	—	3	—	1																									
	1	—	2																										
3	—	2	—	1																									
	<p>Képes gyűjtött vagy készített elemeket két szempont szerint rendezni, tud további elemeket keresni, alkotni a rendszerben mutatkozó hiányoknak megfelelően.</p>																												
<p>Képes valószínűségi megfigyeléseket, kísérleteket végezni; a bekövetkezett eseményeket lejegyezni. Ezekről tud egyszerű állításokat megfogalmazni.</p> <p>Adott összetett eseményről el tudja dönteni, hogy bekövetkezett, vagy sem.</p> <p>– Két dobókockával dobtunk. Páros-e a kapott szorzat.</p> <p>– Egy zsákból 5 piros és 2 kék golyó közül kettőt húztunk. Igaz-e, hogy egyező színűek?</p>	<p>Képes egyszerű kísérletet tervezni valószínűségi sejtések vizsgálatához. Le tudja jegyezni a kísérletek, eredményét; ezekről tud egyszerű állításokat megfogalmazni. Meg tudja ítélni a kísérleti eredményekre vonatkozó állítások igazságát; egyszerű esetekben igazolja, cáfolja ezeket. (Példák, ellenpéldák.)</p> <p>Képes a kísérlethez tartozó összes elemi eseményt számon tartani akkor is, ha az adott kísérletsorozat során valamelyik egyszer sem fordult elő.</p>	<p>Egy kísérlethez tartozó eseményt képes többféleképpen megfogalmazni.</p> <p>– Egy zsákból 5 piros és 1 kék golyó közül kettőt húztunk: Egyező színűek; nincs közte kék; mindkettő piros.</p>																											

<p>Képes megfogalmazni sejtést véletlen eseményekkel kapcsolatban (melyik valószínűbb, melyik kb. hányszor fog előfordulni a következő 30 próbában, melyik nem fog előfordulni egyszer sem...); sejtését össze tudja vetni a megfigyelt események gyakoriságával.</p>	<p>Képes a gyakoriságból valószínűségi sejtést megfogalmazni. (Többször fordult elő, tehát valószínűbbnek látszik.) Összefüggést keres a megfigyelt összetett esemény gyakorisága és a hozzá tartozó elemi események száma között. – Két kockával dobtunk. Sokkal többször lett páros a szorzat, mint páratlan. Ennek oka, hogy 36 esetből csak 9 esetben páratlan a szorzat.</p>	<p>Egyenlően valószínű elemi események esetén érti, hogy amely összetett esemény többféleképpen előfordulhat, az a valószínűbb. (Még akkor is, ha azt az adott kísérlet nem igazolja)</p>
<p>Meg tudja különböztetni a biztos és a véletlen eseményt. Meg tudja különböztetni a lehetetlen és a lehetséges eseményt.</p>		
	<p>Képes adott kísérlet eseményeinek sorba állítására bekövetkezésük esélye szerint. A sejtéseket kísérlettel ellenőrzi.</p>	
	<p>Képes valószínűségek becslésére és összehasonlítására tapasztalati gyakoriságok valamint tapasztalati relatív gyakoriságok alapján.</p>	<p>Képes elméleti relatív gyakoriságok számítására egyszerű kombinatorikus esetekben. – Két kockával dobunk. Az összeg 36 esetből 15-ször kisebb 7-nél. Ha 100-szor dobunk, akkor az összeg kb. 40-szer lesz 7-nél kisebb.</p>
		<p>Valószínűségi megfigyeléseit képes játék során aktiválni; játékstratégiájába beépíteni.</p>
<p>El tud rendezni gyűjtött adatokat sorozatba, táblázatba. <i>Gyerekek saját adatai: testmagasságok, születési hónapok.</i></p>	<p>El tud rendezni gyűjtött adatokat sorozatba, táblázatba, ábrázolni tudja azokat grafikonon.</p>	
<p>Sorozatból, táblázatból, grafikonról adatokat visszaolvas; talál az egész adat-együttest jellemző adatokat (pl. a nagyság szerinti középsőt, a legnagyobb, legkisebb adatokat, ezek távolságát, a leggyakoribb adatot)</p>	<p>Képes az adatsokaság jellemzésére táblázat, grafikon elemzésével</p>	<p>Képes két adatsokaság jellemzőinek összehasonlítására.</p>
<p>Ki tudja számítani 2 adat átlagát.</p>	<p>Ki tudja számítani 3-4 adat átlagát.</p>	

12. FEJEZET	<i>Cím</i>	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	7 óra + folyamatos
KÉPESSÉGFEJLESZTÉSI FÓKUSZOK	Számlálás, számolás	Számok alkotása számjegyeikből – kombinatorikus megközelítéssel. Számok halmazokba válogatása oszthatósági tulajdonságok szerint. Közös osztók, illetve közös többszörösök gyűjtése.
	Mennyiségi összehasonlítás Becslés, mérés, valószínűségi következtetés	Mennyiségek, mértékegységek rendszerbe foglalása. Becslések ellenőrzése; valószínűségi sejtések megfogalmazása, ellenőrzése
	Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szövegértelmezést segítő eljárások: eljátszás, eljátszás egyszerűsítő modellel, szabad és irányított beszélgetés a szituációval kapcsolatban; adatok válogatása, adatok és kapcsolataik ábrázolása; az ábrázolt viszonyok leolvasása, adott kérdés szerint fontos és lényegtelen adatok szétválasztása, felesleges adatok kiszűrése, ellentmondó adatok felismerése.
	Rendszerezés, kombinativitás	Elemek válogatása, rendezése. Elemek elhelyezése egyszerre két halmazba (alá-, illetve mellérendelt fogalmak. Kiválasztott, sorba rakott elemek táblázatba rendezése, a lehetőségek összegyűjtése fa-diagram segítségével.
	Induktív és deduktív lépések	Egyszerű következtetések.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK	<p>Elemek válogatása, osztályozása saját vagy adott szempont szerint; felismert szempont követése.</p> <p>Elemek elhelyezése adott diagramban. A kétfelé válogatás szigorú szabályának követése. Elemekhez és címkékhez diagram készítése. Elkészült diagram részeinek jellemzése halmazra vonatkozó állítással és a benne levő elemek közös, meghatározó tulajdonságával.</p> <p>Az elemek elhelyezéséhez kapcsolódó szóhasználat gyakorlása: „mindegyik”, „egyik sem”, „van köztük olyan”, „nem mind”; a logikai „nem” értő, tudatos használata; a logikai „és” használata; a logikai „vagy” értelmezése.</p> <p>Különbéle viszonyban levő tulajdonságoknak (fogalmaknak) megfelelő halmazábrák értelmezése, bennük elemek elhelyezése, <i>ilyen ábrák keresése, készítése</i>. Elemek elhelyezése olyan ábrán, amelyen két-két halmaz különféle viszonyban van egymással; egyszerű alá-fölrendelt fogalmak, mellérendelt fogalmak megjelenése halmazábrákon. <i>Megállapítások két tulajdonság viszonyával kapcsolatosan a kialakult ábra alapján (pl. oszthatósággal kapcsolatos viszonyok; alakzatok közti kapcsolatok).</i></p> <p>Kétszempontú rendezések; táblázatok és fadiagram használata (soros és táblázatos rendszerek). Az elemek tulajdonságának megfogalmazása.</p> <p>Elemek kiválasztása tulajdonságaik szerint barkochba játékkal, halmazszűkítéssel.</p> <p>Nyitott mondathoz elemek válogatása adott alaphalmazban, melyek teszik igazzá, melyek tévessé. Nyitott mondat igazsághalmazának keresése kis véges alaphalmazon.</p> <p>Kombinatorikus alkotások (véges sok elem rendezése, valahány elem kiválasztása), elhelyezésük fa-diagramon.</p>
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK	<p>Gondolkodási módszerek</p> <p>Elemek elhelyezése egyszerre két adott halmazba ezek különféle viszonyai esetén; a halmazok által képviselt fogalmak egymáshoz való viszonya: alá-fölrendeltség, mellérendeltség, egymást kizáró fogalmak, egymást kiegészítő fogalmak; a logikai nem tudatos használata.</p> <p>Állítások igazságának megítélése, a logikai „és”, illetve „vagy” használata. Összességre jellemző tulajdonság megfogalmazása („minden”, „van olyan”...)</p> <p>Nyitott mondatok lezárása igazzá, tévessé. Nyitott mondat igazsághalmazának megkeresése kis véges alaphalmazon.</p> <p>Logikai játékok tulajdonságok értelmezésével és a tagadás alkalmazásával (barkochbák, szűkítések).</p> <p>Néhány elem lehetséges sorrendjének előállítás, elemek kiválasztása; rendezésük táblázatba, fa-diagramon.</p>

MODULOK (A fejezet részegységei, a modulok feldolgozási sorrendje)	<i>Cím</i>	3. Csoportosítások, műveletek különféle számrendszerekben eszközökkel. 9. Írásbeli összeadás, kivonás. A műveleti sorrend számításokban és szöveges feladatok megoldása során. 10. Számtulajdonságok, számkapcsolatok felismerése, kifejezése tevékenységekkel, állításokkal. 12. Törtek. A szög mint az elfordulást jellemző mennyiség. 21. Műveleti tulajdonságok, a műveletek közti kapcsolatok. Ellenőrzés. Játék.
	<i>A feldolgozáshoz ajánlott óraszám</i>	7 óra + folyamatos
ALTERNATÍV MEGOLDÁSOK (KÉPESSÉGFÓKUSZ- VÁLTÁS)	<i>Kapcsolódó keresztntantervi modulok</i>	1. Számok az ezres számkörben 2. Számlálás, számolás kerekített értékekkel 4. A számfogalom kiterjesztése 10 000-ig. Fejszámolás ezresekre kerekített értékekkel. 5. Fejszámolás a tízezres számkörben a kétjegyűekkel analóg esetekben. Az összeadás és a kivonás monotonitása. 6. Számok tulajdonságai, közelítő helyük a számegyenesen. Egyenlőtlenségek. 7. Szorzás, osztás fejszámolással. A hasonlóság fogalmának intuitív alapozása. Területek összehasonlítása, összemérése; területmérés. 8. Nagyítás, kicsinyítés. Térfogatok összehasonlítása; mérés. 13. Alkotások térben, síkban. 14. A szorzás és osztás műveleti tulajdonságai. Tükrözés, eltolás síkban, Elforgatás, Parkettamin-ták tervezése; szimmetria-tulajdonságok 17. Írásbeli osztás egyjegyű osztóval. 18. Alakzatok és tulajdonságaik. 20. Mennyiségek mérése; mértékrendszerek.
	<i>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</i>	NAT szerint: Anyanyelvi nevelés, Életvitel és gyakorlati ismeretek, Vizuális nevelés, Testnevelés, Környezeti nevelés, Énkép, önismeret, Tanulás. Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti.

MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ	<i>Tanítási eljárások</i>	Tárgyak, számok, alakzatok... válogatása, az egyes elemekről és az elemek összességéről gyűjtött tulajdonságok segítik a fogalmak közti viszony felismerését.
	<i>Módszertani eszköztár</i>	A tevékenységek, az elemek azonosságára, illetve a különbözőségére irányított figyelem segíti az összességlátást. A barkochba játékok jó lehetőséget teremtenek a halmazok-logika fogalmainak játékos alakítására.
	<i>Értékelés módja</i>	Szöveges értékelés a csoportos tevékenységekben való aktivitás alapján.
	<i>Az esélyegyenlőség kezelése</i>	Differenciálhatunk a válogatás szempontjának kiválasztásában, a válogatásra szánt elemek számában, az állítások összetettségében, illetve a segítségnyújtás mértékében.
KÖVETELMÉNYEK		<p>Képes adott, véges halmaz elemeinek adott, illetve választott szempont szerinti szétválogatására. Tudja jellemezni a diagramban elhelyezett elemeket közös, meghatározó tulajdonságaikkal. Használja a tulajdonság tagadását a halmazba nem tartozó elemek közös tulajdonságának megragadására.</p> <p>Képes konkrét, kis elemszámú halmaz elemeinek két-szempontú válogatására. El tudja helyezni adott alaphalmaz elemeit halmazábrákon. Helyesen használja a logikai „és”-t, érti a logikai „vagy”-ot.</p> <p>El tud helyezni elemeket két-két különféle viszonyban levő halmazt szemléltető ábrán; érti az egyszerű alá-fölérendelt fogalmak, illetve a mellérendelt fogalmak viszonyát, azok megjelenését halmazábrákon.</p> <p>Megtalálja elemek különböző sorrendjét, azokat táblázatba tudja rendezni, fa-diagramon el tudja helyezni.</p>
A KÖVETELMÉNYEK SZINTEZÉSE		
Alapszint	Mindenki számára biztosított, de nem mindenkitől elvárható szint	Jobbakkal elérhető szint
<p>Megfigyelései tudatosak és szándékosak. A saját és az osztályában, csoportban végzett tevékenységekre képes figyelmét legalább 8-10 percben folyamatosan fenntartani, megfogalmazott cél szerint irányítani.</p> <p>Megfigyeléseinek tartalma helyes, a megállapításai igazak. A tevékenysége és a szóban kifejezett gondolatok összhangban vannak egymással.</p>	<p>Megfigyeléseit céltudatosan képes irányítani.</p> <p>Megfigyeléseiről képes néhány egyszerű mondatban beszámolni szóban és képekben, írásban.</p>	<p>Megfigyeléseit képes előre tervezni, szervezni. Meg tudja különböztetni, hogy az adott szituációban mi fontos és mi nem.</p> <p>Megfigyeléseiről képes összefüggően beszámolni szóban, rajzban, írásban, jelekkel. Állításai nyelvhelyességi szempontból kifogástalanok.</p>

<p>Gondolatait meg tudja fogalmazni egyszerű mondatokban. Megérti, és tevékenységével, szavaival követni tudja mások egyszerű képi, szóbeli és írásbeli közléseit, kérdéseit.</p> <ul style="list-style-type: none"> – El tudja mondani egy elvégzett számolás lépéseit. – Megfogalmazza, hogy miért becsülte több egységnyinek a következő mennyiséget az előbbinél. (Pl. mert ez hosszabb.) – Leolvassa mások kirakásáról, hogy azzal mely számot jelenítette meg. – Felszólításra, kérdés alapján reagál adott szituációra. 	<p>Gondolatait megfogalmazza. Vitában képes mások gondolatainak értelmezésére, példákat, ellenpéldákat sorakoztat.</p>	<p>Gondolatait megfogalmazza, a megértetés érdekében átfogalmazza. Vitában érvel, képes saját gondolatok magyarázására. Mások gondolatait és érvelését figyelembe veszi, képes hozzá kapcsolódó kérdések megfogalmazására.</p>
<p>Kialakult az igazság megítélésének igénye: öntevékenyen, felszólítás nélkül is megítéli állítások igazságát.</p>		
<p>Tud konkrét, előtte álló halmazokkal kapcsolatban egyszerű állításokat megfogalmazni. Ilyen állítások igazságát meg tudja ítélni.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Mindegyik lap kör. – Van a lapok közt kicsi. – Mindegyik kör sárga. – Amelyik kör sárga, az kicsi. – Van olyan kör, amelyik sárga. 	<p>Tud halmazokra, egyes részeire vonatkozó állításokat megfogalmazni, ilyen állítások igazságát meg tudja ítélni; igazolni, cáfolni.</p>	

<p>Tud egyszerűbb objektumokat, jól ismert matematikai fogalmakat (konkrét tárgyakat, alakzatokat, számokat, szavakat, jeleket) szétválogatni saját és adott szempont szerint, a kialakult helyzetet halmazábrán ábrázolni. Tud kétfelé válogatni adott tulajdonság szerint. Egyszerű esetekben meg tudja állapítani egy részhalmazba sorolt elemeknek közös tulajdonságát, közös meghatározó tulajdonságát. Tudja jellemezni a részhalmazhoz nem tartozó elemeket is közös meghatározó tulajdonságukkal. Ismeri a „nem” matematikai jelentését.</p> <p>– Ez az összes fiú – a többi mind lány. – Ez mind tulajdonnév és az összes tulajdonnév ide került – ami kívül maradt, az nem tulajdonnév. – Itt van az összes páros szám az egyjegyűek közül – a többi az összes páratlan.</p>	<p>Könnyedén használja a tulajdonság tagadását elemek kétfelé válogatásánál. Hibás válogatást felismer, a hibát indoklással javítja.</p> <p>– Nincs itt az összes ilyen tulajdonságú szám (egyéb eleme). – Nem mind ilyen tulajdonságú: ez nem tartozik ide.</p>	
<p>Adott, két halmazt jelölő halmazábrán, adott címkék szerint megtalálja egyes elemek pontos helyét, megnevezve annak két tulajdonságát.</p> <p>– A logikai lapok elhelyezése: a „kicsi” és a „kör” tulajdonságot képviselő diagramon. Pl. a kis zöld lyukas négyszög elhelyezése az első halmazba a másodikon kívül, „mert kicsi, de nem kör”.</p>	<p>Adott, két halmazt jelölő halmazábrán, adott címkék szerint el tud helyezni elemeket a halmazok különféle viszonya esetében; tudja indokolni egy-egy elem elhelyezését az összetett tulajdonság megnevezésével, helyesen használja ehhez a logikai „és”-t, vagy más, ezzel hasonló értelmű szavakat. Tudja javítani a hibás elhelyezést, és tudja indokolni a változtatást.</p>	<p>Adott két (három) tulajdonság szerinti válogatáshoz képes megfelelő halmazábrát készíteni. Tud dönteni arról, hogy adott halmazára megfelel-e a tulajdonságok viszonyának, döntését képes indokolni.</p> <p>– Ha a kétjegyű számok elhelyezésénél a két tulajdonság a „páros” és a „négyvel osztható”, akkor ehhez nem jó ábra az, amelyben a két részhalmaznak nincs közös része, és az sem, amelyen a négyvel osztható számok halmazának részhalmazaként szerepel a párosok halmaza. (Az előbbi esetben a négyvel osztható számoknak nincs sehol jó helye, az utóbbi esetben pedig a négyvel nem osztható páros számoknak.)</p>

<p>Nyitott mondatot le tud zárni behelyettesítéssel; a lezárt állításról dönt: igazzá vagy nem igazzá vált vele a nyitott mondat. Egyszerű esetekben törekszik a teljességre.</p>	<p>Egy nyitott mondat igazsághalmazát meg tudja határozni adott véges alaphalmazban.</p>	<p>Nyitott mondat igazsághalmazát ki tudja választani az alaphalmazból a tervszerű próbálkozás módszerét alkalmazva. A követett megoldási módszer lépései helyesek, célravezetőek. – $5600 - \square < 4230$ <i>Kipróbálták az 1400-at. Megállapítják, hogy ez a szám már túl nagy, nem tartozik a nyitott mondat megoldásához, tehát a nála nagyobbak sem tartozhatnak bele...</i></p>
---	--	---